ИНСТИТУТ ПО БИОФИЗИКА И БИОМЕДИЦИНСКО ИНЖЕНЕРСТВО

БЪЛГАРСКА АКАДЕМИЯ НА НАУКИТЕ

ОБОБЩЕНИ МРЕЖИ С ХАРАКТЕРИСТИКИ НА ПОЗИЦИИТЕ

Велин Стоянов Андонов

АВТОРЕФЕРАТ

НА ДИСЕРТАЦИОНЕН ТРУД, ПРЕДСТАВЕН ЗА ПРИСЪЖДАНЕ НА ОБРАЗОВАТЕЛНА И НАУЧНА СТЕПЕН ДОКТОР

ПРОФЕСИОНАЛНО НАПРАВЛЕНИЕ: 4.6 “ИНФОРМАТИКА И КОМПЮТЪРНИ НАУКИ”

НАУЧНА СПЕЦИАЛНОСТ: 01.01.12 “ИНФОРМАТИКА”

НАУЧЕН РЪКОВОДИТЕЛ:

ЧЛ. - КОР. ПРОФ. ДМН ДТН КРАСИМИР АТАНАСОВ

София, 2014

Защитата на дисертационния труд ще се състои на .... от ...... в заседателната зала на Институт по биофизика и биомединцинско инженерство – Българска академия на науките (ул. "Акад. Г. Бончев бл. 105").

Дисертационният труд е обсъждан на разширен научен семинар на секция "Биоинформатика и математическо моделиране" на ИБФБМИ на 02.12.2014 г.

Дисертационният труд съдържа увод, 5 глави и заключение и е в обем от 145 страници. Цитирани са 120 литературни източника.

Автор: Велин Стоянов Андонов

ЗАГЛАВИЕ: Обобщени мрежи с характеристики на позициите

Увод

Обобщените мрежи (ОМ), дефинирани през 1982 г., са мощно средство за моделиране на паралелно протичащи във времето процеси. Тяхната поява е естествено продължение на тенденцията да се създават средства за моделиране на системи с дискретни събития, започнала с дефинираните през 1962 г. мрежи на Петри [31]. Основните цели на създаването на ОМ са [16]:

- да се осигури възможност за сравнение на различните видове мрежи на Петри и техните разширения, както като математически обекти, така и като средство за моделиране на паралелни процеси;

- да се потърсят свойства на ОМ, които да могат да бъдат пренесени след това в други типове мрежи;

- да се създаде средство за възможно най-детайлно моделиране на реални процеси в термините на мрежите на Петри и техните разширения.

През изминалите вече повече от 30 години от появата на ОМ са публикувани около 700 статии, съдържащи резултати от теорията на ОМ и техни приложения [3, 17]. В последните години основните резултати в теорията на ОМ са свързани с дефинирането на разширения на ОМ и изследването на техните свойства, описване на алгоритми за движение на ядра в тези разширения, оптимизиране на алгоритмите за движение на ядра и др. Огромният брой обобщеномрежови модели (само в медицината техният брой е над 800 [44–47]) е доказателство за големите възможности, които ни предоставя апаратът на ОМ, при моделиране на реални процеси. Нещо повече, разработените обобщеномрежови модели обхващат множество различни области на човешката дейност и познание — изкуствен интелект, машинно обучение, транспорт, процеси в учебни заведения, производствени процеси, наукометрия и др.

Цел и задачи

Основната цел на дисертационния труд е да се дефинират нови разширения на стандартните ОМ и да се изследва тяхното поведение и свойства.

За постигане на поставената цел се формулират следните задачи:

1. Да се изследват връзките между операциите обединение и композиция на ОМ и релациите на включване по извършена работа.
2. Да се дефинират нови разширения на стандартните ОМ, в които и позициите получават характеристики.
3. Да се разработят методи за оценка на работата на ядра и позиции в ОМ относно предварително зададен критерий.
4. Да се модифицират алгоритмите за функциониране на преход в ОМ и някои техни разширения с цел да се оптимизира работата на мрежата.
5. Да се конструират модели, описващи реални процеси, в които се използват мрежи от новите разширения.

Глава 1

Кратко въведение в обобщените мрежи

В Глава 1 на дисертацията е направен преглед на по-важните публикации върху теорията и приложенията на ОМ. Дадена е дефиницията на преход и ОМ. Описани са и актуалните към момента алгоритми за функциониране на преход и ОМ.

Разгледани са в хронологична последователност първо публикациите, свързани с теорията на ОМ. Тук заслужава да се отбележат монографиите [1, 16, 17]. Резултатите през последните години са свързани с дефинирането на нови разширения на ОМ [4, 6, 18, 20, 23], разработването на алгоритми за функциониране на преход и мрежа в тях [19], както и с оптимизиране на алгоритмите за движение на ядра [22, 28].

През 2007 г. излиза книгата [27], където в Глава 3, стр. 78-126, е направен обзор на обобщеномрежовите модели в медицината. В Глава 8, стр. 206-299, е направена изчерпателна библиографска справка на публикациите по ОМ, която към момента е последната такава. Броят на публикациите в нея е 638. Универсална обобщена мрежа за класа алгоритми за оптимизация по метода на мравките, предложен от Дориго [29], описваща начина на функциониране и резултатите от тяхната работа е описана в [25]. В [26] е описан модел на хибриден метаевристичен подход, съчетаващ метода на мравките с генетични алгоритми. През последните години изключително активно се търсят приложения на ОМ в генетичните алгоритми [32–34, 37–43].

Със серията от статии [13–15, 30] се поставя началото на моделирането на телемедицина/телездраве (англ. telemedicine, telehealth) с обобщени мрежи.

Въз основа на представения обзор и анализ на публикуваните до настоящия момент основни резултати от теорията и приложенията на обобщените мрежи могат да се направят следните по-важни изводи:

- Обобщените мрежи са мощно средство за моделиране на паралелно протичащи във времето процеси. Разработените обобщеномрежови модели показват, че апаратът на ОМ намира широко приложение в различни области на науката и практиката.

- Теорията на обобщените мрежи търпи непрестанно развитие. Основните направления на този процес са в посока на дефиниране на нови разширения на стандартните ОМ, чиято цел е да улеснят моделирането на реални процеси, а също така в посока на подобряване на алгоритмите за движение на ядра, които са тясно свързани с програмния аспект на теорията на ОМ.

- В описаните тук и актуални към момента алгоритми за функциониране на преход и обобщена мрежа не се отчита адекватно възможността някои от ядрата да се сливат с други ядра при постъпване в изходна позиция на преход.

Глава 2

Нови резултати в алгебричния аспект на теорията на обобщените мрежи

В Глава 2 на дисертационния труд е изследвана връзката между релации на включване по извършена работа и операциите обединение и композиция, дефинирани над ОМ.

2.1 Операции и релации над преходи и обобщени мрежи

Тук ще дадем дефинициите на операциите и релациите, дефинирани над преходи и обобщени мрежи, които се използват по-нататък в изложението. Те са във вида, в който са дадени в [17].

Нека
$Z_i = \langle L_1^i, L_2^i, t_1^i, t_2^i, r^i, M^i, \Box^i \rangle$.

- $Z_1 = Z_2$ тогава и само тогава, когато $(\forall i : 1 \leq i \leq 7)(pr_i Z_1 = pr_i Z_2)$.
- $Z_1 \subset_* Z_2$ тогава и само тогава, когато
  $(\forall i : 1 \leq i \leq 2)(pr_i Z_1 \subset pr_i Z_2) \,\&\, (pr_3 Z_2 \leq pr_3 Z_1 = pr_3 Z_2 + pr_4 Z_2) \,\&\, (pr_3 Z_1 + pr_4 Z_1 \leq pr_3 Z_2 + pr_4 Z_2) \,\&\, (\forall i : 5 \leq i \leq 6)(pr_i Z_1 \subset_{1,*} pr_i Z_2) \,\&\, (pr_7 Z_1 \subset_{2,*} pr_7 Z_2)$,
  където $\subset_{1,*}$ е релация на включване над индексирани матрици, а $\subset_{2,*}$ е релация на включване над булеви изрази.

В [17] са дефинирани следните четири операции над преходи.

(a) *Обединение* на преходите Z_1 и Z_2 наричаме прехода

$Z_1 \cup Z_2 = \langle L_1^1 \cup L_1^2, L_2^1 \cup L_2^2, min(t_1^1, t_2^1), max(t_1^1 + t_1^2, t_2^1 + t_2^2) - min(t_1^1, t_2^1), r^1 + r^2, M^1 + M^2, \vee(\Box^1, \Box^2) \rangle$.

(b) *Сечение* на преходите Z_1 и Z_2 наричаме прехода

$Z_1 \cap Z_2 = \langle L_1^1 \cap L_1^2, L_2^1 \cap L_2^2, max(t_1^1, t_2^1), min(t_1^1 + t_1^2, t_2^1 + t_2^2) - max(t_1^1, t_2^1), r^1 \times r^2, M^1 \times M^2, \wedge(\Box^1, \Box^2) \rangle$.

(c) *Композиция* на преходите Z_1 и Z_2 наричаме прехода

$Z_1 \circ Z_2 = \langle L_1^1 \cup (L_1^2 - L_2^1), L_2^2 \cap (L_2^1 - L_1^2), t_1^1, max(t_1^1 + t_1^2, t_2^1 + t_2^2) - min(t_1^1, t_2^1),$ $r^1.r^2,\ M^1.M^2, \vee(\Box^1, \overline{\Box}^2)\rangle$.

Навсякъде E_i е ОМ с компоненти:

$$E_i = \langle\langle A_i, \pi_A^i, \pi_L^i, c^i, f^i, \theta_1^i, \theta_2^i\rangle, \langle K_i, \pi_K^i, \theta_K^i\rangle, \langle T_i, t_i^0, t_i^*\rangle, \langle X_i, \Phi_i, b_i\rangle\rangle\,.$$

Нека E_1 и E_2 са две ОМ.

Обединение на E_1 и E_2 е ОМ от вида:

$$E_1 \cup E_2 = \langle\langle A_1 \bar{\cup} A_2, \pi_A^1 \cup \pi_A^2, \pi_L^1 \cup \pi_L^2, c^1 \cup c^2, f^1 \cup f^2, \theta_1^1 \cup \theta_1^2, \theta_2^1 \cup \theta_2^2\rangle, \langle K_1 \cup K_2, \pi_K^1 \cup \pi_K^2, \theta_K^1 \cup \theta_K^2\rangle, \langle min(T_1, T_2), GCD(t_1^0, t_2^0), \max_{1 \le i \le 2}(T_i + t_i^*.t_i^0/GCD(t_1^0, t_2^0) - min(T_1, T_2))\rangle, \langle X_1 \cup X_2, \Phi_1 \cup \Phi_2, b_1 \cup b_2\rangle\rangle\,,$$

където

$$A_1 \bar{\cup} A_2 = \bigcup_{i=1}^{2}\{Z \,|\, (Z \in A_i)\,\&\,(\forall Z' \in A_{3-1})(Z \cap Z' = Z^0\} \cup$$
$$\{\bigcup_{i=1}^{2}\{Z \,|\, (\exists Z' \in A_i)(\exists Z'' \in A_{3-i})(Z' \cap Z'' \neq Z^0)\,\&\,(Z = Z' \cup Z'')\}\,.$$

Тук Z е преход, а Z^0 е празният преход [16].

Композиция на E_1 и E_2 е ОМ от вида:

$$E_1 \circ E_2 = \begin{cases} E_1 & ,\ \text{ако } T_2 + t_2^* < T_1\,. \\ E_3 & ,\ \text{ако } T_1 \le T_2 + t_2^*\,, \end{cases}$$

където

$$E_3 = \langle\langle A_1 \bar{\cup} A_2, \pi_A^1 \cup \pi_A^2, \pi_L^1 \cup \pi_L^2, c^1 \cup c^2, f^1 \cup f^2, \theta_1^1 \cup \theta_1^2, \theta_2^1 \cup \theta_2^2\rangle, \langle K_1 \cup K_2, \pi_K^1 \cup \pi_K^2, \theta_K^1 \cup \theta_K^2\rangle, \langle T_1, GCD(t_1^0, t_2^0), \max_{1 \le i \le 2}(T_i + t_i^*.t_i^0/GCD(t_1^0, t_2^0) - T_1)\rangle, \langle X_1 \cup X_2, \Phi_1 \cup \Phi_2, b_1 \cup b_2\rangle\rangle\,.$$

Навсякъде по-долу ще използваме означенията:

$K_i(E_i) = \{\alpha \,|\, (\alpha \in K_i)\,\&\,(\theta_K^i(\alpha) < T_i + t_i^*)\}$.

$X_i(E_i) = \{x_0^\alpha \,|\, \alpha \in K_i(E_i)\}$.

$$E_i(\alpha, x) = \begin{cases} \langle \alpha, x_{\alpha_{fin}}\rangle & ,\ \text{ако } \alpha \in K_i(E_i) \text{ и } x \in X_i(\alpha)\,. \\ \langle \alpha, x\rangle & ,\ \text{в противен случай}\,. \end{cases}$$

$$E_i\{\alpha, x\} = \begin{cases} \langle \alpha, x, x_{\alpha_1}, ..., x_{\alpha_{fin}}\rangle & ,\ \text{ако } \alpha \in K_i(E_i) \text{ и } x \in X_i(\alpha)\,. \\ \langle \alpha, x\rangle & ,\ \text{в противен случай}\,. \end{cases}$$

Тук $x_{\alpha_{fin}}$ е последната характеристика на ядрото α е ОМ E_i и $x_{\alpha_1}, x_{\alpha_2}, \cdots, x_{\alpha_{fin-1}}$ са останалите характеристики на ядрото, получени по време на престоя му в мрежата.

Ще използваме още и следните релации на включване върху ОМ:

$E_1 \sqsubset E_2$ $\underline{iff}$ $(K_1(E_1) \subset K_2(E_2) \,\&\, (X_1(E_1) \subset X_2(E_2))\,\&$ $(\forall\alpha \in K_1(E_1))(\forall x \in X_1(E_1))(E_1(\alpha,x) = E_2(\alpha,x))$.

$E_1 \sqsubset_* E_2$ $\underline{iff}$ $(K_1(E_1) \subset K_2(E_2) \,\&\, (X_1(E_1) \subset X_2(E_2))\,\&$ $(\forall\alpha \in K_1(E_1))(\forall x \in X_1(E_1))(E_1\{\alpha,x\} = E_2\{\alpha,x\})$.

$E_1 \approx E_2$ $\underline{iff}$ $E_1 \sqsubset E_2 \,\&\, E_2 \sqsubset E_1$.

$E_1 \approx_* E_2$ $\underline{iff}$ $E_1 \sqsubset_* E_2 \,\&\, E_2 \sqsubset_* E_1$.

По-нататък в дисертационния труд се използва и релацията

$E_1 \subset_* E_2$ $\underline{\text{iff}}$ $(\forall Z_1 \in A_1)(\exists Z_2 \in A_2)(Z_1 \subset Z_2)\&(\pi_A^1 = \pi_A^2|E_1)\&(\pi_L^1 = \pi_L^2|E_1)\&(c^1 = c^2|E_1)\&(f^1 = f^2|E_1)\&(\theta_1^1 = \theta_1^2|E_1)\&(\theta_2^1 = \theta_2^2|E_1)\&(K_1 \subset K_2)\&(\pi_K^1 = \pi_K^2|E_1)\&(\theta_K^2 = \theta_K^2|E_1)\&(T_2 \le T_1 \le T_1 + t_1^* \le T_2 + t_2^*)\&(t_1^0 = t_2^0)\&(X_1 = X_2|E_1)\&(Y_1 = Y_2|E_1)\&(\Phi_1 = \Phi_2|E_1)\&(\Psi_1 = \Psi_2|E_1)\&(b_1 \le b_2|E_1)$.

Със Σ означаваме класа на всички ОМ. Нека Σ_1 и Σ_2 са подкласове на Σ. Ще използваме още и следните релации

• $\Sigma_1 \vdash \Sigma_2$ $\underline{\text{iff}}$ функционирането и резултатите от работата на всяка мрежа от Σ_2 може да се представи чрез мрежа от Σ_1.

• $\Sigma_1 \equiv \Sigma_2$ $\underline{\text{iff}}$ $\Sigma_1 \vdash \Sigma_2$ & $\Sigma_2 \vdash \Sigma_1$.

2.2 Теореми за включване по извършена работа

За така дефинираните операции и релации на включване по извършена работа са доказани 10 теореми. Част от тях са публикувани в статията на автора [7].

Теорема 1. *Нека $E_1, E_2 \in \Sigma$ са такива, че $T_2 \le T_1$ и $T_1 + t_1^* \le T_2 + t_2^*$. Тогава $E_1 \sqsubset_* E_2$ тогава и само тогава, когато съществува $E_3 \in \Sigma$ такава, че $E_1 \cup E_3 = E_2$.*

Теорема 2. *Нека $E_1, E_2 \in \Sigma$. $(E_1 \sqsubset E_2)\,\&\,(T_2 \le T_1)\,\&\,(T_1 + t_1^* \le T_2 + t_2^*)$ тогава и само тогава, когато за всяка $E_3 \in \Sigma$ е изпълнено:*

$E_1 \cup E_2 \sqsubset E_2 \cup E_3 \,\&\, E_3 \cup E_1 \sqsubset E_3 \cup E_2 \,\&\, E_1 \circ E_3 \sqsubset E_2 \circ E_3 \,\&$ $E_3 \circ E_1 \sqsubset E_3 \circ E_2$.

Теорема 3. *Нека $E_1, E_2 \in \Sigma$ са такива, че $(T_2 \le T_1)\,\&\,(T_1 + t_1^* \le T_2 + t_2^*)$. $E_1 \sqsubset_* E_2$ тогава и само тогава, когато за всяка $E_3 \in \Sigma$ е изпълнено:* $E_1 \cup E_2 \sqsubset_* E_2 \cup E_3 \,\&\, E_3 \cup E_1 \sqsubset_* E_3 \cup E_2 \,\&\, E_1 \circ E_3 \sqsubset_* E_2 \circ E_3 \,\&\, E_3 \circ E_1 \sqsubset_* E_3 \circ E_2$.

Теорема 4. $(E_1 \approx E_2) \,\&\, (T_1 = T_2) \,\&\, (T_1 + t_1^* = T_2 + t_2^*)$ *тогава и само тогава, когато за всяка* $E_3 \in \Sigma$ *е изпълнено:*

$E_1 \cup E_3 \approx E_2 \cup E_3 \,\&\, E_3 \cup E_1 \approx E_3 \cup E_2 \,\&\, E_1 \circ E_3 \approx E_2 \circ E_3 \,\&\, E_3 \circ E_1 \approx E_3 \circ E_2$

Теорема 5. $(E_1 \approx_* E_2) \,\&\, (T_1 = T_2) \,\&\, (T_1 + t_1^* = T_2 + t_2^*)$ *тогава и само тогава, когато за всяка* $E_3 \in \Sigma$ *е изпълнено:*
$E_1 \cup E_3 \approx_* E_2 \cup E_3 \,\&\, E_3 \cup E_1 \approx_* E_3 \cup E_2 \,\&\, E_1 \circ E_3 \approx_* E_2 \circ E_3 \,\&$
$E_3 \circ E_1 \approx_* E_3 \circ E_2$.

Теорема 6. *Нека* $E_1, E_2, E_3, E_4 \in \Sigma$ *и* $E_1 \sqsubset E_2 \,\&\, E_3 \sqsubset E_4$, *тогава* $E_1 \cup E_3 \sqsubset E_2 \cup E_4$.

Теорема 7. *Нека* $E_1, E_2, E_3, E_4 \in \Sigma$ *и* $E_1 \sqsubset_* E_2 \,\&\, E_3 \sqsubset_* E_4$, *тогава* $E_1 \cup E_3 \sqsubset_* E_2 \cup E_4$.

Теорема 8. *Нека* $E_1, E_2, E_3, E_4 \in \Sigma$ *и* $E_1 \approx E_2 \,\&\, E_3 \approx E_4$, *тогава* $E_1 \cup E_3 \approx E_2 \cup E_4$.

Теорема 9. *Нека* $E_1, E_2, E_3, E_4 \in \Sigma$, *за които* $(T_3 + t_3^* < T_1) \,\&$ $(T_4 + t_4^* < T_2)$ *или* $(T_3 \geq T_1) \,\&\, (T_4 \geq T_2)$. *Ако* $E_1 \approx E_2 \,\&\, E_3 \approx E_4$, *тогава* $E_1 \circ E_3 \approx E_2 \circ E_4$.

Теорема 10. *Нека* $E_1, E_2, E_3, E_4 \in \Sigma$ *и* $E_1 \approx_* E_2 \,\&\, E_3 \approx_* E_4$. *Тогава* $E_1 \cup E_3 \approx_* E_2 \cup E_4$.

2.3 Резултати

- Представени са дефинициите на операциите обединение, сечение и композиция на преходи; обединение и композиция на обобщени мрежи; релации, отнасящи се до резултатите от работата на ОМ.

- Изследвана е връзката между релациите на включване по извършена работа и операциите, дефинирани над ОМ, като за целта са доказани десет теореми.

Глава 3

Обобщени мрежи с характеристики на позициите и техни разширения

В тази глава са събрани резултатите на автора, публикувани в [4–6, 8]. Дефинирани са три нови разширения на ОМ и за всяко от тях е доказано, че е консервативно разширение на стандартните ОМ. Описани са общите алгоритми за функциониране на преход в тях. За едно от разширенията се разглеждат и класове от редуцирани мрежи.

3.1 Обобщени мрежи с характеристики на позициите

В едно от последните разширения на стандартните обобщени мрежи, дефинирано в [4], се разглежда възможността не само ядрата, но и позициите в ОМ да получават характеристики.

3.1.1 Дефиниция на обобщена мрежа с характеристики на позициите

Обобщена мрежа с характеристики на позициите (ОМХП) наричаме наредената четворка

$$E_{CP} = \langle\langle A, \pi_A, \pi_L, c, f, \theta_1, \theta_2\rangle, \langle K, \pi_K, \theta_K\rangle, \langle T, t^0, t^*\rangle, \langle X, Y, \Phi, \Psi, b\rangle\rangle\,, \tag{3.1}$$

където

(a) A е множеството от преходи на мрежата.

(b) π_A е функция, задаваща приоритетите на преходите. $\pi_A : A \to \mathcal{N}$ и $\mathcal{N} = \{0, 1, 2, ...\} \cup \{\infty\}$.

(c) π_L е функция, задаваща приоритетите на позициите. С L означаваме множеството от всички позиции на мрежата: $L = pr_1 A \cup pr_2 A$. С $pr_i B$ означаваме i-тата проекция на множеството B. $\pi_L : L \to \mathcal{N}$.

(d) c е функция, задаваща капацитетите на позициите. $c : L \to \mathcal{N}$.

(e) f е функция, определяща вярностната стойност на предикатите в условието на прехода. Множеството от функционални стойности на f

е $\{0, 1\}$, като 0 съответства на „лъжа“, а 1 на „истина“.

(f) θ_1 е функция, даваща следващия момент, в който може да се активира даден преход Z. Нейната стойност се изчислява в момента, когато приключва текущото активно състояние на прехода. Ако този момент е t, то

$$\theta_1(t) = t' \, , t' \in [t, T + t^*] \, .$$

(g) θ_2 е функция, задаваща продължителността на текущото активно състояние на даден преход Z. Стойността ѝ се изчислява в момента, когато преходът се активира. Ако този момент е t, то

$$\theta_2(t) = t' \, , t' \in [0, t^*] \, .$$

(h) K е множеството на ядрата на ОМ.

(i) π_K е функция, задаваща приоритетите на ядрата. $\pi_K : K \to \mathbb{N}$.

(j) θ_K е функция, даваща момента от време, в който дадено ядро може да влезе в обобщената мрежа. $\theta_K(\alpha) = t$, където $\alpha \in K$ и $t \in [T, T + t^*]$.

(k) T е моментът от време, в който обобщената мрежа започва да функционира. Моментът се определя по фиксирана времева скала.

(l) t^0 е елементарната времева стъпка на времевата скала.

(m) t^* е продължителността на функциониране на обобщената мрежа в елементарни времеви стъпки.

(n) X е характеристична функция, задаваща начални характеристики на ядрата при постъпването им в мрежата.

(o) Y *е характеристична функция, даваща начални характеристики на някои от позициите.*

(p) Φ е характеристична функция, определяща нова характеристика на дадено ядро при постъпването му в изходна позиция на някой от преходите на мрежата.

(q) Ψ *е характеристична функция, даваща характеристики на някои от позициите, но само ако в тях са постъпили ядра по време на текущата времева стъпка. Начинът, по който се задават характеристики на позициите, ще стане ясен от алгоритъма за функциониране на преход в ОМХП.*

(r) b е функция, задаваща максималния брой характеристики, които дадено ядро може да пази по време на престоя си в мрежата. $b : K \to \mathcal{N}$.

Преходите в ОМХП по нищо не се различават от преходите в стандартните ОМ, т.е. множеството от преходи на ОМХП се състои от стандартни преходи за ОМ. Новите компоненти, които не присъстват в дефиницията на ОМ, както и в другите разширения, са характеристичните функции Y и Ψ. По подобие на ИРОМ2, характеристичната функция Ψ е свързана само с позициите и чрез тази функция те могат да получават характеристики, които носят информация за позицията. Ще направим изрично три уточнения.

1. Не всички позиции могат да получават характеристики. Кои точно от позициите могат да получават характеристики се определя при конструирането на мрежата.

2. В графичното представяне на ОМХП позициите, които могат да получават характеристики, се означават с две концентрични окръжности.

3. Допуска се съществуването на позиция, която има начална характеристика, зададена чрез функцията Y, но която не получава характеристики по време на функционирането на мрежата. Такива позиции ще означаваме също с две концентрични окръжности.

3.1.2 Алгоритъм за функциониране на преход в ОМХП

Присъствието на новите компоненти Y и Ψ в дефиницията на ОМХП налага да се даде нов алгоритъм за функциониране на преход. Ядрата в ОМ получават характеристика, когато постъпят в изходна позиция или все едно, когато в мрежата е настъпило събитие, свързано с ядрото. От гледна точка на позицията, в мрежата настъпва събитие, свързано с позицията, когато в нея постъпи ядро, но това събитие приключва, когато в нея постъпят всички (евентуално повече от едно) ядра на текущата стъпка. Поради това съображение, в алгоритъма за функциониране на преход в ОМХП, описан в [8], характеристиките на позициите се дават в края на текущия момент от време, едва след като всички входни позиции на прехода са били обходени, и само ако в изходната позиция е постъпило поне едно ядро. Ще означим общия алгоритъм за функциониране на преход в ОМХП с **Алгоритъм А.**

Алгоритъм А.

(A01) Входните и изходните позиции на прехода се подреждат по приоритетите им.

(A02) Ядрата във входните позиции се подреждат по приоритетите им. За всяка входна позиция се съставят два списъка. В първия са всички ядра, подредени по приоритет, а вторият първоначално е празен.

(A03) Конструира се индексирана матрица R, съответстваща на индексираната матрица на условието на прехода r. На елементите на R се присвоява стойност „0", съответстваща на вярностна стойност „лъжа", ако:

1. се намират в ред, съответстващ на празна входна позиция, т.е. на позиция, в която няма ядра, които могат да преминат в изходна позиция на прехода.

2. се намират в стълб, съответстващ на пълна изходна позиция, т.е. на изходна позиция, която е достигнала капацитета си.

3. се намират в позиция с индекси (i, j), за която $m_{i,j} = 0$, т.е. текущият капацитет на дъгата между i-тата входна и j-тата изходна позиция е 0.

(A04) Входните позиции се обхождат последователно по реда, определен от техните приоритети, тръгвайки от позицията с най-висок приоритет, в която има поне едно ядро и от която ядро не е преминало в изходна позиция по време на текущата времева стъпка. За ядрото с най-висок приоритет в текущата входна позиция проверяваме дали може да се разцепва или не. Предикатите в реда на r, съответстващ на входната позиция, се проверяват. Ако ядрото не може да се разцепва, проверката спира с достигане на първия предикат, чиято вярностната стойност е „истина". Ако ядрото може да се разцепва, определяме вярностните стойности на всички предикати в реда, за които съответните елементи в R са различни от „0". Стойност „0", съответстваща на вярностна стойност на предиката „лъжа", се дава на всички елементи в текущия ред на R, които съответстват на предикати, чиято вярностна стойност е „лъжа". Стойност „1" се дава на всички елементи в текущия ред на R, които съответстват на предикати, чиято вярностна стойност е „истина".

(A05) В зависимост от това дали разцепването е позволено или не, ядрото от стъпка **(A04)** се премества или във всички допустими изходни позиции (позициите съответстващи на елементи в реда на R, които са „1“), или до единствената изходна позиция, която съответства на елемент в реда на матрицата R, чиято стойност е „1“. Ако ядрото не може да премине на текущата стъпка, то се премества във втория списък от ядра на входната позиция. Ядрата, които са постъпили във входната позиция след активирането на прехода, също попадат във втория списък.

(A06) Текущият брой на ядрата във всяка изходна позиция се увеличава с 1, за всяко ядро, което е постъпило в нея по време на текущата стъпка. Ако в резултат на това бъде достигнат максималния брой ядра за изходна позиция, даваме стойност „0“ на всички елементи в стълба на R, съответстващ на тази позиция.

(A07) Ако ядрото от стъпка **(A05)** е преминало в изходна позиция, броят на ядрата във входната позиция се намалява с 1. Ако в резултат на това във входната позиция не останат ядра, елементите в съответния ред на R получават стойност „0“.

(A08) Капацитетите на всички дъги, по които е преминало ядро се намаляват с 1. Ако капацитетът на дъгата стане 0, стойност „0“ се дава на онзи елемент в матрицата R, който съответства на дъгата.

(A09) Стойностите на характеристична функция Φ за изходните позиции (една или повече), в които са постъпили ядра според стъпка **(A05)**, се изчисляват. Тези стойности се дават като следващи характеристики на ядрата.

(A10) Ако има входна позиция, с приоритет по-нисък от текущата, от която ядра не са преминавали към изходни позиции на текущата стъпка, алгоритъмът продължава с **(A04)**. В противен случай алгоритъмът продължава с **(A11)**.

(A11) Изчисляват се стойностите на характеристичната функция Ψ, за всички изходни позиции, които могат да получават характеристики и в които са постъпили ядра. Позициите получават като характеристики тези стойности.

(A12) Текущата стойност на моделното време t' се увеличава с t^0.

(A13) Текущото време равно ли е на t_1+t_2? Ако отговорът на въпроса е „не“, алгоритъмът продължава със стъпка **(A04)**. В противен случай алгоритъмът продължава със стъпка **(A14)**.

(A14) Край на активното състояние на прехода.

Алгоритъмът за функциониране на ОМХП е същият, както **Алгоритъм B** за стандартна ОМ, описан в Глава 1, с тази разлика, че сега върху абстрактния преход се прилага описаният тук алгоритъм за функциониране на преход в ОМХП.

3.1.3 Теорема за консервативност на ОМХП

Въпросът за консервативност на разширенията е много важен за теорията на ОМ. Всички известни досега разширения са консервативни, т.е. за всяка мрежа от всяко от разширенията, съществува поне една стандартна ОМ, която представя функционирането и запазва резултатите от работата ѝ. Оказва се, че класът на всички ОМХП — Σ_{CP} — е консервативно разширение на класа Σ. Преди всичко е ясно, че всяка стандартна ОМ, може да се разглежда като ОМХП, в която никоя позиция не получава характеристики. Следователно в сила е

Теорема 11. $\Sigma_{CP} \vdash \Sigma$.

По-интересна е обратната теорема на Теорема 11, за която в дисертацията е дадено конструктивно доказателство.

Теорема 12. $\Sigma \vdash \Sigma_{CP}$.

3.2 Връзка между обобщени мрежи с характеристики на позициите и интуиционистки размити обобщени мрежи от тип 1 и тип 2

Тук се изследва въпросът за представимост на ОМХП чрез ИРОМ1 и ИРОМ2, и обратно — за представимост на ИРОМ1 и ИРОМ2 чрез ОМХП. ИРОМ2 е наредената четворка

$$E = \langle\langle A, \pi_A, \pi_L, c, f, \theta_1, \theta_2\rangle, \langle K, \pi_K, \theta_K\rangle, \langle T, t^0, t^*\rangle, \langle X, \Phi\rangle\rangle,$$

където елементите на индексираната матрица M, определящи капацитетите на дъгите, са неотрицателни реални числа (или ∞). Функцията c, която в стандартните ОМ дава капацитетите на позициите като неотрицателни цели числа или ∞, тук приема за стойности неотрицателни реални числа или ∞. Тези реални числа съответстват на обема на позицията — количеството, което тя може да побере. Функцията f, която определя вярностните стойности на предикатите има вида:

$$f(r_{i,j}) = \langle \mu(r_{i,j}), \nu(r_{i,j}) \rangle \,,$$

където $\mu(r_{i,j})$ е степента на вярност на предиката $r_{i,j}$, а $\nu(r_{i,j})$ е степента на невярност. Тук $\mu(r_{i,j}) \in [0,1]$ и $\nu(r_{i,j}) \in [0,1]$ удовлетворяват условието:

$$\mu(r_{i,j}) + \nu(r_{i,j}) \leq 1 \,.$$

Ядрата в ИРОМ2 могат да се разглеждат като количество вещество, което се движи в мрежата. Те не получават характеристики по време на престоя си в мрежата. Вместо това характеристичната функция Φ дава характеристики на позициите — количеството от ядрата от всеки тип в позицията. Останалите компоненти имат същия смисъл, както в дефиницията на стандартна ОМ. Алгоритмите за функциониране на преход и мрежа при ИРОМ2 са описани в [19].

В ИРОМ1 функцията f има същия вид, както в ИРОМ2. Ядрата обаче могат да получават характеристики. Също така капацитетите на дъгите, т.е. елементите на индексираната матрица M са неотрицателни цели числа или ∞, докато в ИРОМ2 те са неотрицателни реални числа или ∞. Алгоритъмът за работа на преход и мрежа при ИРОМ1 е описан в [19].

От всичко казано дотук е ясно, че ОМХП и ИРОМ2 са тясно свързани. В частност, позициите и в двата типа мрежи могат да получават характеристики. Разлики откриваме в начина на функциониране на мрежите (в алгоритмите за работа на преход и мрежа) и в някои от компонентите. В ОМХП ядрата могат да получават характеристики, докато в ИРОМ2 не могат. Също капацитетите на дъгите в ИРОМ2 са реални числа, докато в ОМХП са неотрицателни цели числа. Функцията f, която определя вярностните стойности на предикатите в ОМХП приема стойности в множеството $\{0,1\}$, докато в ИРОМ2 нейните стойности са наредени двойки реални числа $\langle \mu(r_{i,j}), \nu(r_{i,j}) \rangle$, $\mu(r_{i,j}), \nu(r_{i,j}) \in [0,1]$, за които, както отбелязахме, е в сила $\mu(r_{i,j})+\nu(r_{i,j}) \leq 1$. Функцията c, която в стандартните ОМ дава капацитетите на позициите като неотрицателни цели числа, тук ги определя като неотрицателни реални числа.

Със Σ_{IFGN1} и Σ_{IFGN2} означаваме съответно класа на всички ИРОМ1 и класа на всички ИРОМ2.

3.2.1 Изследване на връзката между класовете Σ_{CP} и Σ_{IFGN1}

Доказани са две теореми за представимост на произволна ОМХП чрез ИРОМ1 и на произволна ИРОМ1 чрез ОМХП.

Теорема 13. *Функционирането и резултатите от работата на всяка ИРОМ1 могат да бъдат представени чрез ОМХП.*

Теорема 14. *Функционирането и резултатите от работата на всяка ОМХП могат да се представят чрез ИРОМ1.*

Като следствие от горните две теореми получаваме

Теорема 15. $\Sigma_{CP} \equiv \Sigma_{IFGN1}$.

3.2.2 Изследване на връзката между класовете Σ_{CP} и Σ_{IFGN2}

Преди да изследваме връзката между класовете Σ_{CP} и Σ_{IFGN2} ще споменем накратко алгоритъма за работа на преход в ИРОМ2, описан в [19]. Както и при ИРОМ1, необходимо условие за преминаването на ядро от входна към изходна позиция е да бъде изпълнено едно следните условия:

C1 $\mu(r_{i,j}) = 1, \nu(r_{i,j}) = 0$;

C2 $\mu(r_{i,j}) > \frac{1}{2}\ (> \nu(r_{i,j}))$;

C3 $\mu(r_{i,j}) \geq \frac{1}{2}\ (\geq \nu(r_{i,j}))$;

C4 $\mu(r_{i,j}) > \nu(r_{i,j})$;

C5 $\mu(r_{i,j}) \geq \nu(r_{i,j})$;

C6 $\mu(r_{i,j}) > 0$;

C7 $\nu(r_{i,j}) < 1$, т.е. поне $\pi(r_{i,j}) > 0$, където $\pi(r_{i,j}) = 1 - \mu(r_{i,j}) - \nu(r_{i,j})$ е степента на несигурност (неопределеност).

Условието се избира за всеки преход преди мрежата да започне работа. Когато това условие е изпълнено и останалите условия за преминаване на ядра (в стандартните ОМ) са налице, ядрото с най-висок приоритет от i-тата входна позиция се разпределя към j-тата изходна позиция според стойността на $\mu(r_{i,j})$. Количеството, което остава в i-тата входна позиция съответства на степента на невярност $\nu(r_{i,j})$. По дъгата, свързваща i-тата входна позиция с j-тата изходна позиция остава количество, съответстващо на степента на неопределеност $\pi(r_{i,j}) = 1 - \mu(r_{i,j}) - \nu(r_{i,j})$. Тази интерпретация на степените на вярност и невярност изисква да наложим ограничението

$$\sum_j \mu(r_{i,j}) \leq 1\,.$$

Теорема 16. *За всяка ИРОМ2 съществува ОМХП, която представя функционирането и запазва резултатите от работата ѝ.*

Теорема 17. *За всяка ОМХП съществува ИРОМ2, която представя функционирането и запазва резултатите от работата ѝ.*

Като следствие от двете теореми по-горе получаваме

Теорема 18. $\Sigma_{IFGN2} \equiv \Sigma_{CP}$.

3.3 Интуиционистки размити обобщени мрежи с характеристики на позицииите

В Глава 3, т. 3.3, са дефинирани две нови разширения на ОМ, които съчетават свойствата на ОМХП, от едната страна, и на ИРОМ, от друга.

3.3.1 Интуиционистки размити обобщени мрежи с характеристики на позициите от тип 1

Тук, следвайки [6], дефинираме нов тип ОМ — интуиционистки размити обобщени мрежи с характеристики на позициите от тип 1. Както показва името, новият тип ОМ съчетава свойствата на ОМХП и на ИРОМ1.

Интуиционистки размита обобщена мрежа с характеристики на позициите от тип 1 (ИРОМХП1) наричаме наредената четворка

$$E = \langle \langle A, \pi_A, \pi_L, c, f, \theta_1, \theta_2 \rangle, \langle K, \pi_K, \theta_K \rangle, \langle T, t^0, t^* \rangle, \langle X, Y, \Phi, \Psi, b \rangle \rangle \,, \quad (3.6)$$

С изключение на функциите f, Y, Φ и Ψ, всички останали компоненти са същите, както в стандартните ОМ. Подобно на ИРОМ1, тук функцията f дава интуиционистки размити оценки на вярностната стойност на предикатите във вида $\langle \mu_{i,j}, \nu_{i,j} \rangle$, където $\mu_{i,j}$ и $\nu_{i,j}$ са степените на вярност и невярност на предикатите. Характеристичната функция Φ, която в стандартните ОМ дава характеристики на ядрата, тук добавя към тази характеристика и степените на вярност и невярност на предикатите, съответстващи на входната и изходната позиция. По този начин, когато престоят на ядрото в мрежата приключи, ние сме в състояние да определим степените на валидност и невалидност на движението на ядрото в мрежата. Функцията Ψ дава на позициите характеристики в смисъла на ОМХП и, освен това, към тези характеристики добавя степените на вярност и невярност на предикатите, съответстващи на входни позиции, от които са постъпили ядра. Тези характеристики могат да се използват за оценка на работата на позициите на мрежата.

3.3.2 Алгоритъм за функциониране на ИРОМХП1

Алгоритъмът Алгоритъмът за функциониране на преход в ИРОМХП1 е основан на алгоритъма за функциониране на преход в ИРОМ1 (виж [19]). Общият алгоритъм за функциониране на ИРОМХП1 е същият, като описаният в Глава 1 общ алгоритъм за функциониране на ОМ (Алгоритъм В). Единствената разлика е, че над абстрактния преход се прилага описаният тук алгоритъм за функциониране на преход в ИРОМХП1.

3.3.3 Теорема за консервативност на ИРОМХП1

Изследван е въпросът за представимост на мрежите от класа $\Sigma_{IFGNCP1}$ чрез стандартни ОМ. За целта е доказана следната теорема

Теорема 19. $\Sigma \vdash \Sigma_{IFGNCP1}$.

3.3.4 Интуиционистки размити обобщени мрежи с характеристики на позициите от тип 3

По подобие на ИРОМХП1, тук е дефинирано ново разширение на ОМ, в което са комбинирани свойствата на ОМХП и ИРОМ3. Идеята да се дава интуиционистки размита оценка на характеристиките на ядрата може да се приложи към характеристиките на позициите в ОМХП. Новото разширение е наречено **интуиционистки размити обобщени мрежи с характеристики на позициите от тип 3** (ИРОМХП3)[6]. ИРОМХП3 е наредената четворка:

$$E = \langle\langle A, \pi_A, \pi_L, c, f, \theta_1, \theta_2\rangle, \langle K, \pi_K, \theta_K\rangle, \langle T, t^0, t^*\rangle, \langle X, Y, \Phi, \Psi, b\rangle\rangle \, .$$

Всеки преход в ИРОМХП3 има същите компоненти, както и стандартните ОМ. Всички компоненти с изключение на характеристичните функции Φ и Ψ са същите, както в ИРОМХП1. Различното е, че тук функцията Φ дава характеристики на ядрата в смисъла на ИРОМ3:

$$x^\alpha_{cu} = \langle \overline{x}^\alpha_{cu}, \mu(r_{i,j}), \nu(r_{i,j}), \mu(x^\alpha_{cu}), \nu(x^\alpha_{cu})\rangle \, ,$$

където $\mu(x^\alpha_{cu})$, $\nu(x^\alpha_{cu}) \in [0,1]$ и $\mu(x^\alpha_{cu}) + \nu(x^\alpha_{cu}) \le 1$, а $\overline{x}^\alpha_{cu}$ е стандартната характеристика на ядрото в смисъла на ОМ. Ядрото получава характеристика само ако оценката на характеристиките удовлетворява едно от следните условия:

C1 $\mu(x^\alpha_{cu}) = 1, \nu(x^\alpha_{cu}) = 0$;

C2 $\mu(x^\alpha_{cu}) > \frac{1}{2}$ $(> \nu(x^\alpha_{cu}))$;

C3 $\mu(x_{cu}^{\alpha}) \geq \frac{1}{2} \; (\geq \nu(x_{cu}^{\alpha}))$;

C4 $\mu(x_{cu}^{\alpha}) > \nu(x_{cu}^{\alpha})$;

C5 $\mu(x_{cu}^{\alpha}) \geq \nu(x_{cu}^{\alpha})$;

C6 $\mu(x_{cu}^{\alpha}) > 0$;

C7 $\nu(x_{cu}^{\alpha}) < 1$.

Функцията Ψ дава на позициите характеристики във вида:

$$\psi_{cu}^{l} = \langle \overline{\psi}_{cu}^{l}, \mu(r_{i,j}), \nu(r_{i,j}), \mu(\psi_{cu}^{l}), \nu(\psi_{cu}^{l}) \rangle \,,$$

където $\mu(\psi_{cu}^{l})$, $\nu(\psi_{cu}^{l}) \in [0,1]$ и $\mu(\psi_{cu}^{l}) + \nu(\psi_{cu}^{l}) \leq 1$, а $\overline{\psi}_{cu}^{l}$ е характеристиката на позицията l в смисъла на ОМХП. Позициите получават характеристики само ако оценката на характеристиките им удовлетворява едно от следните условия:

C1 $\mu(\psi_{cu}^{l}) = 1, \nu(\psi_{cu}^{l}) = 0$;

C2 $\mu(\psi_{cu}^{l}) > \frac{1}{2} \; (> \nu(\psi_{cu}^{l}))$;

C3 $\mu(\psi_{cu}^{l}) \geq \frac{1}{2} \; (\geq \nu(\psi_{cu}^{l}))$;

C4 $\mu(\psi_{cu}^{l}) > \nu(\psi_{cu}^{l})$;

C5 $\mu(\psi_{cu}^{l}) \geq \nu(\psi_{cu}^{l})$;

C6 $\mu(\psi_{cu}^{l}) > 0$;

C7 $\nu(\psi_{cu}^{l}) < 1$.

Алгоритъмът за работа на преход в ИРОМХП3 е същият, както в ИРОМХП1.

С Σ_{IGNCP3} означаваме класа на всички ИРОМХП3. По подобие на теоремата за представимост на ИРОМХП1 чрез стандартна ОМ може да се докаже, че е в сила

Теорема 20. $\Sigma \vdash \Sigma_{IFGNCP3}$.

3.4 Редуцирани обобщени мрежи с характеристики на позициите

В ОМ някои от компонентите в дефиницията могат да липсват. Такива обобщени мрежи пораждат специални класове, които наричаме редуцирани ОМ. Повече за понятието редуцирани ОМ може да се намери в [16]. Тук ще споменем накратко някои означения, свързани с редуцираните ОМ, които ще използваме по-нататък в изложението. Нека

$$\Omega = \{A, \pi_A, \pi_L, c, f, \theta_1, \theta_2, K, \pi_K, \theta_K, T, t^0, t^*, X, \Phi, b\} \cup \{A_i | 1 \leq i \leq 7\},$$

където $A_i = pr_i A$ е i-тата проекция на множеството A от преходи на мрежата, т.е. където $A_i \in \{L', L'', t_1, t_2, r, M, \Box\}$. Ако Σ е класът на всички ОМ и $Y \in \Omega$, то със Σ^Y означаваме класа на всички ОМ, в които отсъства компонента Y. Те се наричат *Y-редуцирани ОМ*. В [16] са доказани много твърдения за различните класове на редуцирани ОМ.

Класът $\Sigma^* = \Sigma^{A_3, A_4, A_6, A_7, \pi_A, \pi_L, c, \theta_1, \theta_2, \pi_K, \theta_K, T, t^0, t^*, b}$ е класът на минималните редуцирани ОМ(**-ОМ*). Минималните редуцирани ОМ имат вида

$$E' = \langle \langle A', *, *, *, *, *, * \rangle, \langle K, *, * \rangle, *, \langle X, \Phi, *, * \rangle \rangle,$$

където

$$A' = \{Z' | Z' = \langle L', L'', *, *, r, *, * \rangle \,\&\, Z = \langle L', L'', t_1, t_2, r, M, \Box \rangle \ \in A\}.$$

За минималните редуцирани ОМ се използва означението:

$$E' = \langle A', K, X, \Phi \rangle.$$

Минималните елементи на Σ^* се означават с

$$E^* = \langle A^*, K^*, X^*, \Phi^* \rangle,$$

където A^* е множеството от преходи от вида $Z^* = \langle L', L'', r' \rangle$.

В [16] е доказана следната теорема:

Теорема 21. $\Sigma \equiv \Sigma^*$.

За да въведем понятието редуцирани ОМХП, ще ни бъдат необходими няколко означения. С Ω_{CP} означаваме множеството от компонентите на ОМХП.
$\Omega_{CP} = \{A, \pi_A, \pi_L, c, f, \theta_1, \theta_2, K, \pi_K, \theta_K, T, t^0, t^*, X, Y, \Phi, \Psi, b\}$
$\cup \{A_i | 1 \leq i \leq 7\}$, където отново $A_i = pr_i A$.

С Σ_{CP}^Y означаваме класа на ОМХП, които нямат компонент Y. По аналогия със стандартните редуцирани ОМ ще ги наричаме *Y-редуцирани ОМХП*. Отново, както при стандартните редуцирани ОМ, имаме

$$\Sigma_{CP}^A = \Sigma_{CP}^{A_1} = \Sigma_{CP}^{A_2} = \Sigma^K = \emptyset.$$

По-общо, ако $Y_1, Y_2, \cdots, Y_k \in \Omega_{CP}$, където $k \geq 1$ е естествено число, то $\Sigma_{CP}^{Y_1, Y_2, \cdots, Y_k}$ ще наричаме *$(Y_1, Y_2, \cdots, Y_k)$-редуциран клас ОМХП*.

Сега се оказва, че имаме два класа минимални редуцирани ОМХП. В единия от тях само ядрата получават характеристики, а в другия само позициите. Класът $\Sigma_{CP}^{A_3, A_4, A_6, A_7, \pi_A, \pi_L, c, \theta_1, \theta_2, \pi_K, \theta_K, T, t^0, t^*, Y, \Psi, b}$ съвпада с класа Σ^*, т.е. всички мрежи от този клас имат вида $E' = \langle A', K, X, \Phi \rangle$.

С Σ^*_{CP} ще означаваме класа на минималните редуцирани ОМХП, в които само позициите получават характеристики. Формално

$$\Sigma^*_{CP} = \Sigma_{CP}^{A_3,A_4,A_6,A_7,\pi_A,\pi_L,c,\theta_1,\theta_2,\pi_K,\theta_K,T,t^0,t^*,X,\Phi,b}.$$

Доказани са следните теореми, които уточняват връзката между класовете Σ^*, Σ^*_{CP} и Σ_{CP}.

Теорема 22. $\Sigma_{CP} \equiv \Sigma^*$.

Теорема 23. $\Sigma^* \equiv \Sigma^*_{CP}$.

Теорема 24. $\Sigma_{CP} \equiv \Sigma^*_{CP}$.

3.5 Резултати

- Дефинирани са три нови разширения на стандартните ОМ — обобщени мрежи с характеристики на позициите (ОМХП), интуиционистки размити обобщени мрежи с характеристики на позициите от тип 1 (ИРОМХП1) и тип 3 (ИРОМХП3).

- За всяко от трите разширения е даден алгоритъм за функциониране на преход.

- За ОМХП и ИРОМХП1 е доказано, че са консервативни разширения на ОМ. Консервативността на ИРОМХП3 е директно следствие от консервативността на ИРОМХП1.

- Доказано е съществуването на два минимални класа редуцирани ОМХП.

Глава 4

Изследване на поведението на обобщени мрежи

В тази глава са представени резултатите на автора, публикувани в статиите с негово участие [9–12]. Най-напред в [9] се изследва възможността за оценка на ядра в ОМ по техните характеристики. Оценките са спрямо предварително зададен критерий и се получават във формата на интуиционистки размити двойки. Предложено е разширение на дадена ОМ, което позволява тези оценки да се получават по време на функционирането на мрежата. Идеята е доразвита в [10], където се разглеждат оценки на ядрата с тегла. Теглата позволяват в получените текущи оценки на ядрата да се даде по-голямо значение на новите характеристики или пък на характеристиките получени в определени позиции. По този начин посредством оценките може да се уловят тенденции в поведението на ядрото. Разглежда се и възможността ядра в ОМХП, да се оценяват и по характеристиките, получени от позициите, в които е постъпило ядрото. В [11] е предложен метод за оценка на позициите относно предварително зададен критерий. За стандартни ОМ тези оценки се базират на характеристиките, получени от ядрата в позицията. В ОМХП поведението на позициите може да се оценява и на базата на техните характеристики. Разглеждат се и оценки с тегла.

В [12] се разглежда модификация на общия алгоритъм за функциониране на преход в ОМ и в разгледаните в Глава 3 от дисертационния труд ОМХП1, ИРОМХП1 и ИРОМХП3, когато е разрешено сливането на ядра.

4.1 Интуиционистки размити оценки на поведението на ядра на базата на техните характеристики

В ОМ важната информация за моделирания процес се съхранява под формата на характеристики на ядрата. Тези характеристики се приписват на ядрата чрез характеристичната функция Φ, когато ядрата преминат от входна към изходна позиция на даден преход. За произволно ядро α с $\overline{x}^{\alpha} = \langle x_0^{\alpha}, x_1^{\alpha}, ..., x_{fin}^{\alpha} \rangle$ означаваме вектора на всички характеристики получени от ядрото по време на целия му престой в мрежата - от момента на постъпване в нея до момента, в който ядрото напуска мрежата. В общия случай тези характеристики могат да бъдат от различни типове, например някои от тях могат да бъдат от числен тип, докато други да бъдат символи, думи или дори цели изречения.

Нека искаме да оценим ядро относно зададен критерий и критерият е такъв, че имаме две множества от характеристики — Δ^α и Ξ^α — съответно от характеристики, които удовлетворяват критерия и такива, които не го удовлетворяват. Посредством индикаторните функция

$$I_\Delta^\alpha(x_i^\alpha) = \begin{cases} 0, & \text{ако } \; x_i^\alpha \notin \Delta^\alpha \\ 1, & \text{ако } \; x_i^\alpha \in \Delta^\alpha \end{cases}, \tag{4.3}$$

$$I_\Xi^\alpha(x_i^\alpha) = \begin{cases} 0, & \text{ако}\, x_i^\alpha \notin \Xi^\alpha \\ 1, & \text{ако}\, x_i^\alpha \in \Xi^\alpha \end{cases}. \tag{4.4}$$

оценяваме ядрото с наредената двойка $\langle \mu_\alpha, \nu_\alpha \rangle$, където

$$\mu_\alpha = \frac{\sum\limits_{i=0}^{fin} I_\Delta^\alpha(x_i^\alpha)}{fin+1}, \tag{4.5}$$

$$\nu_\alpha = \frac{\sum\limits_{i=0}^{fin} I_\Xi^\alpha(x_i^\alpha)}{fin+1} \tag{4.6}$$

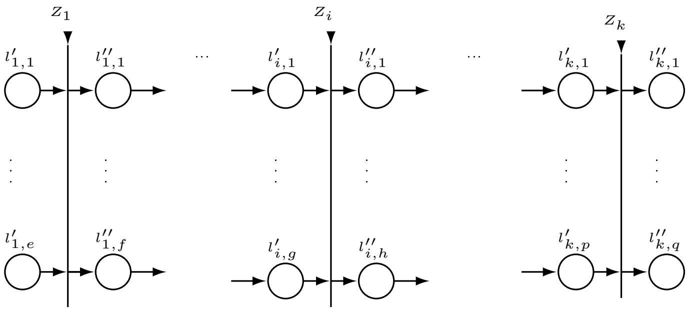
Очевидно, $\mu_\alpha, \nu_\alpha \in [0,1]$ и $\mu_\alpha + \nu_\alpha \leq 1$. В този случай $\langle \mu_\alpha, \nu_\alpha \rangle$ е интуиционистки размита двойка (ИРД, [21]). Числото $\pi_\alpha = 1 - \mu_\alpha - \nu_\alpha$ е степента на неопределеност в интуиционистки размит смисъл.

Причините за неопределеността могат да бъдат две. В нашия пример по-горе някои от характеристиките на ядрата могат да принадлежат на множеството $U^\alpha = \{x \,|\, x \in R^+ \,\&\, T_1 \leq x \leq T_2\}$. Техният брой допринася към степента на неопределеност, дължаща се на критерия. Както вече споменахме, в някои ОМ ядрата могат да получават характеристики от различни типове и когато критерият за оценка се отнася до само един от типовете (или няколко, но не всички) всички други характеристики няма да принадлежат към нито едно от множествата Δ^α и Ξ^α. Техният брой допринася за неопределеността породена от обобщеномрежовия модел.

В общия случай не всички характеристики се пазят от ядрата по време на престоя им в мрежата. Максималният брой характеристики, които едно ядро може да запазва, се определя от функцията b. Ако оценката на ядрото се прави когато ядрото е напуснало мрежата, само последните $b(\alpha)$ на брой характеристики могат да участват в оценката. Ето защо е важно да получаваме оценка на ядрото не само след като то е приключило движението си в мрежата, но и след всяко преминаване от входна към изходна позиция на даден преход. По този начин всички характеристики на ядрото ще бъдат отчетени. Също така, когато ОМ се използва за управление на процеса, междинните оценки на ядрата могат да са важни за бъдещите решения.

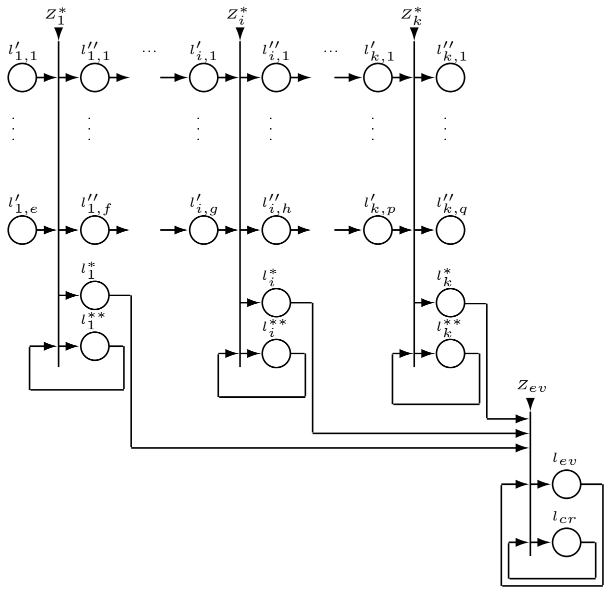
За произволна ОМ E (Фигура 4.1) с компоненти

$$E = \langle \langle A, \pi_A, \pi_L, c, f, \theta_1, \theta_2 \rangle, \langle K, \pi_K, \theta_K \rangle, \langle T, t^0, t^* \rangle, \langle X, \Phi, b \rangle \rangle .$$



Фигура 4.1

е предложена нейна модификация, която позволява характеристиките на ядрата, които ще бъдат оценявани, да се съхраняват. В разширения обобщеномрежов модел (Фигура 4.2) текущи оценки на ядрата се получават по време на функционирането на мрежата.



Фигура 4.2 Схема на разширения обобщеномрежов модел.

Подобно разширение на обобщеномрежов модел за агрегиране на статистически данни, извлечени от симулация, е описано в [24].

4.2 Интуиционистки размити оценки на ядра в ОМХП посредством характеристиките на позициите

Нека $\langle l_0, l_1, ..., l_k \rangle$ са позициите, през които е преминало последователно ядро α и в резултат на това характеристики са били получени от тези позиции. Нека тези характеристики са $\langle \psi_{l_0}^{\alpha}, \psi_{l_1}^{\alpha}, ..., \psi_{l_k}^{\alpha} \rangle$. С Δ^{l_j} означаваме множеството на всички възможни „добри“ характеристики, т.е. тези които удовлетворяват критерия за оценка, а с Ξ^{l_j} множеството от всички „лоши“ характеристики, т.е. тези, които не удовлетворяват критерия. С помощта на индикаторните функции на тези две множества:

$$I_{\Delta}^{l_j}(\psi_{l_j}^{\alpha}) = \begin{cases} 0, & \text{ако } \psi_{l_j}^{\alpha} \notin \Delta^{l_j} \\ 1, & \text{ако } \psi_{l_j}^{\alpha} \in \Delta^{l_j} \end{cases}, \tag{4.19}$$

$$I_{\Xi}^{l_j}(\psi_{l_j}^{\alpha}) = \begin{cases} 0, & \text{ако } \psi_{l_j}^{\alpha} \notin \Xi^{l_j} \\ 1, & \text{ако } \psi_{l_j}^{\alpha} \in \Xi^{l_j} \end{cases}, \tag{4.20}$$

оценяваме ядрото с двойката $\langle \mu_{\alpha}^{l}, \nu_{\alpha}^{l} \rangle$, където

$$\mu_{\alpha}^{l} = \frac{\sum_{j=0}^{k} I_{\Delta}^{l_j}(\psi_{l_j}^{\alpha})}{k+1}, \tag{4.21}$$

$$\nu_{\alpha}^{l} = \frac{\sum_{j=0}^{k} I_{\Xi}^{l_j}(\psi_{l_j}^{\alpha})}{k+1}. \tag{4.22}$$

Разглеждат се и оценки с тегла. Ако $\langle w_0, w_1, ..., w_k \rangle$ е векторът с тегла, където $w_j \in [0, 1]$ за $j = 0, 1, ..., k$, то

$$\mu_{\alpha}^{l,w} = \frac{\sum_{j=0}^{k} w_j I_{\Delta}^{l_j}(\psi_{l_j}^{\alpha})}{k+1}, \tag{4.23}$$

$$\nu_{\alpha}^{l,w} = \frac{\sum_{j=0}^{k} w_j I_{\Xi}^{l_j}(\psi_{l_j}^{\alpha})}{k+1}. \tag{4.24}$$

За да дадем по-голяма тежест на новите характеристики, ядрата избираме така, че $w_j < w_{j+1}$ за $j = 0, 1, ..., k-1$. Например $w_j = \frac{1+j}{k+1}$ за $j = 0, 1, ..., k$. Теглата могат да бъдат дадени за всяка позиция преди мрежата да започне своята работа, за да се даде по-голяма тежест на някои от позициите в сравнение с други.

Предложено е аналогично разширение на разгледаното в Глава 4, т. 4.1, което позволява да се съхраняват характеристиките, получени от позициите в резултат от движението на ядрата, които се оценяват, а също така и да се получават текущи оценки по време на работата на мрежата.

4.3 Оценка на поведението на позиции на базата на характеристиките, получени от ядрата в тях

По аналогия с оценките на ядра, са разгледани и два начина за оценка на поведението на позиции. Най-напред ще разгледаме оценка на позициите в ОМ посредством характеристиките, получени от ядрата. Нека l е позиция в стандартна ОМ. Ще считаме, че тя не е входна позиция на мрежата. Нека още $\langle \alpha_1, \alpha_2, ..., \alpha_k \rangle$ са ядрата, преминали през позиция l до текущия момент от време и $\langle x_l^{\alpha_1}, x_l^{\alpha_2}, ..., x_l^{\alpha_k} \rangle$ е векторът с характеристики, получени от ядрата в позицията. Считаме още, че за всяко ядро имаме критерий за оценка такъв, че имаме две множества от характеристики — Δ^{α_i} и Ξ^{α_i}. Първото е множеството на онези възможни характеристики, които удовлетворяват критерия, а второто на онези, които не го удовлетворяват. С помощта на индикаторните функции на тези множества получаваме оценка за позицията l във формата на интуиционистки размита двойка $\langle \mu_l^\alpha, \nu_l^\alpha \rangle$, където

$$\mu_l^\alpha = \frac{\sum\limits_{j=1}^{k} I_\Delta^{\alpha_j}(x_l^{\alpha_j})}{k}, \tag{4.25}$$

$$\nu_l^\alpha = \frac{\sum\limits_{j=1}^{k} I_\Xi^{\alpha_j}(x_l^{\alpha_j})}{k}. \tag{4.26}$$

Ако искаме да дадем по-голяма тежест на някои от ядрата, които в някакъв смисъл са „по-важни“ за позицията, спрямо други, то можем да използваме тегла. Интуиционистки размитата двойка с тегла означаваме с $\langle \mu_l^{\alpha,w}, \nu_l^{\alpha,w} \rangle$:

$$\mu_l^{\alpha,w} = \frac{\sum\limits_{j=1}^{k} w_j I_\Delta^{\alpha_j}(x_l^{\alpha_j})}{k}, \tag{4.27}$$

$$\nu_l^{\alpha,w} = \frac{\sum\limits_{j=1}^{k} w_j I_\Xi^{\alpha_j}(x_l^{\alpha_j})}{k}, \tag{4.28}$$

където теглата трябва да удовлетворяват условието $w_j \in [0,1]$ за $j = 1, 2, ..., k$. Ако ядрата са еднакво значими за позицията, но искаме новополучените характеристики да имат по-голяма тежест върху оценката, то един естествен избор за тегла е $w_j = \frac{j}{k}$ за $j = 1, 2, ..., k$.

Както при оценката на ядра посредством техните характеристики, се налага да пазим характеристиките на ядрата, получени в позицията, която оценяваме. Това се налага, защото всяко ядро може да съхранява само последните си $b(\alpha)$ на брой характеристики. Ще разгледаме две възможни модификации на даден обобщеномрежов модел, които позволяват да пазим характеристиките на ядрата и да получаваме текущи оценки за позициите по време на функционирането на мрежата.

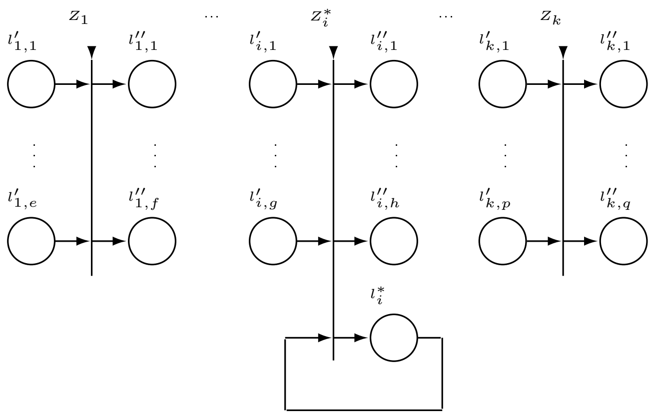
4.3.1 Оценка на позиция с помощта на допълнителна позиция

Нека позицията, която ще оценяваме е изходна за преход Z_i. Без ограничение на общността ще считаме, че позицията е $l''_{i,h}$. Нека

$$Z_i = \langle L'_i, L''_i, t_1^i, t_2^i, r_i, M_i, \square_i \rangle .$$

Добавяме позиция l_i^* към този преход, която е както входна, така и изходна. Така получения преход (Фигура 4.5) означаваме с

$$Z_i^* = \langle L_i'^*, L_i''^*, t_i^1, t_i^2, r_i^*, M_i^*, \square_i^* \rangle .$$



Фигура 4.5. Модифициран обобщеномрежов модел за оценка на изходна позиция на прехода Z_i^* на базата на характеристиките на ядрата, получени в позицията

Компонентите на модифицирания преход се получават от компонентите на дадения по следния начин:

$$L_i'^* = L_i' \cup \{l_i^*\},$$

$$L_i''^* = L_i'' \cup \{l_i^*\}.$$

Ако $r_i = [L_i', L_i'', r_{l'_{i,s}, l''_{i,t}}]$ е индексираната матрица на условието на прехода, то

$$r_i^* = [L_i'^*, L_i''^*, \{r^*_{l'_{i,s}, l''_{i,t}}\}]\,,$$

където

$$(\forall l'_{i,s} \in L_i')(\forall l''_{i,t} \in L_i'')(r^*_{l'_{i,s}, l''_{i,t}} = r_{l'_{i,s}, l''_{i,t}})\,,$$

$$(\forall l'_{i,s} \in L_i')(r^*_{l'_{i,s}, l_i^*} = \text{“}false\text{”})\,,$$

$$(\forall l''_{i,t} \in L_i'')(r^*_{l_i^*, l''_{i,t}} = \text{“}false\text{”})\,,$$

$$r^*_{l_i^*, l_i^*} = \text{“поне едно ядро е постъпило в позиция } l''_{i,h}\text{”}\,.$$

Ако $M_i = [L_i', L_i'', \{m_{l'_{i,s}, l''_{i,t}}\}]$ е индексираната матрица на капацитетите на дъгите, то

$$M_i^* = [L_i'^*, L_i''^*, \{m^*_{l'_{i,s}, l''_{i,t}}\}]\,,$$

където

$$(\forall l'_{i,s} \in L_i')(\forall l''_{i,t} \in L_i'')(m^*_{l'_{i,s}, l''_{i,t}} = m_{l'_{i,s}, l''_{i,t}})\,,$$

$$(\forall l'_{i,s} \in L_i')(m^*_{l'_{i,s}, l_i^*} = 0)\,,$$

$$(\forall l''_{i,t} \in L_i'')(m^*_{l_i^*, l''_{i,t}} = 0)\,,$$

$$m^*_{l_i^*, l_i^*} = 1\,.$$

$$\Box_i^* = \Box_i\,.$$

Модифицираната ОМ означаваме с

$$E^* = \langle\langle A^*, \pi_A^*, \pi_L^*, c^*, f^*, \theta_1^*, \theta_2^*\rangle, \langle K^*, \pi_K^*, \theta_K^*\rangle, \langle T, t^0, t^*\rangle, \langle X^*, \Phi^*, b^*\rangle\rangle\,,$$

където $A^* = A \setminus \{Z_i\} \cup \{Z_i^*\}$. Приоритетите на съответните преходи в E и E^* са равни, т.е.

$$(\forall Z_j \in A \setminus \{Z_i\})(\pi_A^*(Z_j) = \pi_A(Z_j))\,,$$

$$\pi_A^*(Z_i^*) = \pi_A(Z_i)\,.$$

Всички останали функции в E^* се дефинират аналогично — те съвпадат със съответните им функции в E върху общите за двете мрежи компоненти. Затова ще опишем само разликите, които се отнасят до новата позиция l_i^*. Приоритетът на l_i^* трябва да бъде най-нисък, измежду приоритетите на всички входни позиции на Z_i^*, т.е. $\pi_L^*(l_i^*) < \min\limits_{l'_{i,j} \in pr_1 Z_i} \pi_L(l'_{i,j})$.

За капацитета на позицията имаме $c^*(l_i^*) = 1$. В началния момент ядро α_i^* стои в позиция l_i^* с начална характеристика идентификатора на позицията, която ще се оценява и списък с ядрата и критерии за оценка за всяко от тях:

$$\text{“}l''_{i,h}, \langle \alpha_1, \text{критерий за } \alpha_1 \rangle, \langle \alpha_2, \text{критерий за } \alpha_2 \rangle, ..., \langle \alpha_j, \text{критерий за } \alpha_j \rangle\text{”}\,.$$

Приоритетът на всяко от ядрата α_i^* не оказва влияние върху функционирането на мрежата и може да бъде избран например да бъде най-нисък измежду приоритетите на останалите ядра на мрежата. Времевите компоненти са едни и същи и в двете мрежи. Ако $\alpha_{i_1}, \alpha_{i_2}, ..., \alpha_{i_k}$ са ядрата, които са постъпили в позиция $l''_{i,h}$ на текущата стъпка, тогава α_i^* получава характеристиката

$$\Phi^*_{l_i^*}(\alpha_i^*) = \text{“}\langle \alpha_{i_1}, \Phi_{l''_{i,h}}(\alpha_{i_1}) \rangle, \langle \alpha_{i_2}, \Phi_{l''_{i,h}}(\alpha_{i_2}) \rangle, ..., \langle \alpha_{i_j}, \Phi_{l''_{i,h}}(\alpha_{i_j}) \rangle, \langle \mu^{\alpha}_{l''_{i,h}}, \nu^{\alpha}_{l''_{i,h}} \rangle\text{”}\,,$$

където интуиционистки размитата двойка $\langle \mu^{\alpha}_{l''_{i,h}}, \nu^{\alpha}_{l''_{i,h}} \rangle$ се получава от (4.25) и (4.26). Ако искаме да използваме фиксирани тегла в оценката, тези тегла трябва да бъдат включени в началната характеристика на ядрото α_i^*:
“$l''_{i,h}, \langle \alpha_1, \text{критерий за } \alpha_1, w_1 \rangle, \langle \alpha_2, \text{критерий за } \alpha_2, w_2 \rangle, ..., \langle \alpha_j, \text{критерий за } \alpha_j, w_j \rangle$” .

В този случай интуиционистки размитата двойка $\langle \mu^{\alpha,w}_{l''_{i,h}}, \nu^{\alpha,w}_{l''_{i,h}} \rangle$ се получава по формули (4.27) и (4.28).

Най-сетне, ядрото α_i^* пази всички свои характеристики, т.е.

$$b^*(\alpha_i^*) = \infty\,.$$

Оценки на други изходни позиции на същия преход могат да бъдат получени чрез промяна на характеристичната функция $\Phi^*_{l_i^*}$ и предиката $r^*_{l_i^*, l_i^*}$. Оценки на изходни позиции на други преходи могат да се получат чрез прилагането на същата модификация към съответния преход. За дадената и модифицираната ОМ е в сила

Теорема 26. $E \subset_* E^*$.

4.3.2 Оценка на позициите с помощта на характеристичната функция Ψ в ОМХП

По-удобен начин за оценка на позициите е да се използва характеристичната функция Ψ в ОМХП. Нека E е стандартна ОМ и

$$E^* = \langle \langle A, \pi_A, \pi_L, c, f, \theta_1, \theta_2 \rangle, \langle K, \pi_K, \theta_K \rangle, \langle T, t^0, t^* \rangle, \langle X, Y, \Phi, \Psi, b \rangle \rangle$$

е ОМХП, получена от E по следния начин. Всички компоненти на E^* с изключение на характеристичните функции Y и Ψ са същите, както в E. Характеристичната функция Y дава начална характеристика само на онази позиция, която ще оценяваме — $l''_{i,h}$ — във вида

$Y_{l''_{i,h}} =$ "$l''_{i,h}, \langle \alpha_1,$ критерий за $\alpha_1\rangle, \langle \alpha_2,$ критерий за $\alpha_2\rangle, ...,$
$\langle \alpha_j,$ критерий за $\alpha_j\rangle$" .

Ако $\alpha_{i_1}, \alpha_{i_2}, ..., \alpha_{i_k}$ са ядрата, постъпили в $l''_{i,h}$ на текущата времева стъпка, тогава $l''_{i,h}$ получава характеристиката

$$\Psi^*_{l''_{i,h}} = \text{“}\langle \alpha_{i_1}, \Phi_{l''_{i,h}}(\alpha_{i_1})\rangle, \langle \alpha_{i_2}, \Phi_{l''_{i,h}}(\alpha_{i_2})\rangle, ..., \langle \alpha_{i_j}, \Phi_{l''_{i,h}}(\alpha_{i_j})\rangle, \langle \mu^{\alpha}_{l''_{i,h}}, \nu^{\alpha}_{l''_{i,h}}\rangle\text{”} .$$

Използването на ОМХП ни позволява да оценяваме позициите без да променяме графичното представяне на мрежата. Оценки за други позиции могат да се получат като продължим функциите Y и Ψ върху тях по същия начин. Отново е ясно, че модифицираната мрежа запазва резултатите от работата на изходната, т.е. в сила е

Теорема 27. $E \subset_* E^*$.

4.4 Оценка на позиции в ОМХП на базата на техните характеристики

Друг подход към оценката на позиции в случая на ОМХП се основава на характеристиките, получени от позициите посредством функцията Ψ. Нека l е позицията, която искаме да оценим спрямо зададен критерий и $\langle \psi^l_0, \psi^l_1, ..., \psi^l_k\rangle$ е векторът с характеристиките, получени от позицията до текущия момент от време. Нека Δ^l и Ξ^l са съответно множеството на всички възможни характеристики, които удовлетворяват критерия и множеството на всички характеристики, които не удволетворяват критерия. С помощта индикаторните функции на тези множества

$$I^l_{\Delta}(\psi^l_i) = \begin{cases} 0, & \text{ако } \psi^l_i \notin \Delta^l \\ 1, & \text{ако } \psi^l_i \in \Delta^l \end{cases} , \tag{4.29}$$

$$I^l_{\Xi}(\psi^l_i) = \begin{cases} 0, & \text{ако } \psi^l_i \notin \Xi^l \\ 1, & \text{ако } \psi^l_i \in \Xi^l \end{cases} , \tag{4.30}$$

получаваме оценка за позиция l във вида на интуиционистки размитата двойка $\langle \mu^l, \nu^l\rangle$ където

$$\mu^l = \frac{\sum\limits_{j=0}^{k} I^l_{\Delta}(\psi^l_j)}{k+1} , \tag{4.31}$$

$$\nu^l = \frac{\sum\limits_{j=0}^{k} I^l_{\Xi}(\psi^l_j)}{k+1} . \tag{4.32}$$

Както и при оценките на ядра, можем да използваме тегла, за да дадем по-голяма значимост на някои от характеристиките спрямо други:

$$\mu^{l,w} = \frac{\sum_{j=0}^{k} w_j I_{\Delta}^{l}(\psi_j^l)}{k+1}\,, \tag{4.33}$$

$$\nu^{l,w} = \frac{\sum_{j=0}^{k} w_j I_{\Xi}^{l}(\psi_j^l)}{k+1}\,, \tag{4.34}$$

където $w_j \in [0,1]$ за $j = 1, 2, ..., k$. Прост начин да уловим тенденциите в поведението на позицията е да използваме за тегла $w_j = \frac{j+1}{k+1}$ за $j = 0, 1, ..., k$.

Възможността да даваме характеристики на позициите позволява да получаваме оценка за дадена позиция само чрез промяна на характеристичните функции Y и Ψ, като при това останалите компоненти на мрежата и нейното графично представяне остават непроменени.

Нека E е ОМХП със схемата от Фигура 4.3 и нека позицията, която искаме да оценим е $l''_{i,h}$. Модифицираната ОМХП означаваме с

$$E^* = \langle\langle A, \pi_A, \pi_L, c, f, \theta_1, \theta_2\rangle, \langle K, \pi_K, \theta_K\rangle, \langle T, t^0, t^*\rangle, \langle X, Y^*, \Phi, \Psi^*, b\rangle\rangle\,,$$

където всички компоненти с изключение на Y^* и Ψ^* остават същите, както в дадената ОМХП E. Разликата между двете мрежи идва от стойностите на функциите Y^* и Ψ^* за позиция $l''_{i,h}$. Началната характеристика на позицията се дава от

$$Y^*_{l''_{i,h}} = \text{“}Y_{l''_{i,h}}, \text{критерий за оценка”}\,.$$

Когато ядра постъпят в $l''_{i,h}$, позицията получава характеристика във вида

$$\Psi^*_{l''_{i,h}} = \text{“}\Psi_{l''_{i,h}}, \langle \mu^l, \nu^l\rangle\text{”}\,,$$

където $\Psi_{l''_{i,h}}$ е характеристичната функция на позицията в изходната ОМХП, а $\langle \mu^l, \nu^l\rangle$ е интуиционистки размитата двойка, получена от (4.31) и (4.32) или (4.33) и (4.34). Отново е ясно, че модифицираната мрежа запазва резултатите от работата на изходната, т.е. в сила е

Теорема 28. $E \subset_* E^*$.

4.5 Модификация на алгоритъма за функциониране на преход, когато е разрешено сливането на ядра

В общия алгоритъм за функциониране на преход, както в стандартните ОМ, така и в разширенията, не се отчита дали дадено ядро може да се слее с някое от ядрата в изходна позиция. Ако дадена изходна позиция е достигнала капацитета си, елементите в стълба на матрицата R, който съответства на тази позиция, получават стойност "0" и никое ядро от никоя входна позиция не може да постъпи в тази изходна позиция на текущата времева стъпка. Да разгледаме случая, когато някое от ядрата с най-висок приоритет във входните позиции, може да се слее с някое от ядрата в изходна позиция, която е достигнала капацитета си. Ако алгоритъма за функциониране на преход, позволяваше на такова ядро да премине в изходната позиция, то броят на ядрата в изходната позиция би останал непроменен, т.е. не би надхвърлил максималния допустим брой ядра за позицията, определен от нейния капацитет. Поставена е задачата да се промени общия алгоритъм за функциониране на преход по такъв начин, че ядрата, които могат да се слеят с някое от ядрата в пълна изходна позиция, да преминават, ако останалите условия за това са изпълнени. Тук са събрани резултатите с участието на автора, публикувани в [12]. Описани са модификации на алгоритмите за функциониране на преход, които решават поставената задача, за стандартна ОМ (Глава 4, т. 4.5.1), ОМХП (Глава 4, т.4.5.2), ИРОМХП1 и ИРОМХП3 (Глава 4, т. 4.5.3).

4.6 Резултати

- Предложени са методи за оценка на ядра в ОМ и ОМХП относно предварително зададен критерий. Оценките се получават във вид на интуиционистки размити двойки. Разгледано е универсално разширение на даден обобщеномрежов модел, позволяващо оценките да бъдат получавани по време на работата на мрежата и в тях да участват всички характеристики на ядрата.

- Предложени са методи за оценка на позиции в ОМ и ОМХП относно предварително зададен критерий. Оценките се получават във вид на интуиционистки размити двойки.

- Предложени са модификации на алгоритмите за функциониране на преход в стандтартна ОМ, ОМХП, ИРОМХП1 и ИРОМХП3, позволяващи преминаването на ядра от входна позиция на преход в изходна позиция, която е достигнала своя капацитет, ако постъпващото ядро може да се слее с някое от ядрата в изходната позиция.

Глава 5

Приложения на обобщени мрежи с характеристики на позициите

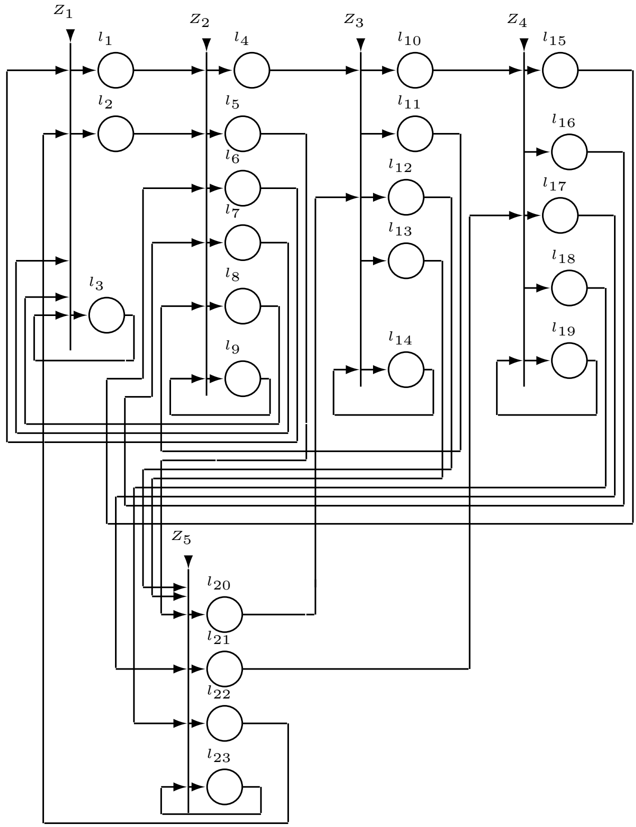
В Глава 5 се разглеждат приложения на ОМХП. Посочва се в кои случаи ОМХП могат да се използват с цел да се опрости графичното представяне на мрежата. Това улеснява проследяването на връзките между преходите и има важно значение за случаите, в които мрежата се използва за управление на процеса. Предложени са два обобщеномрежови модела, в които се използват ОМХП.

5.1 Обобщена мрежа с характеристики на позициите, описваща горен крайник

Обобщеномрежов модел на горен крайник с кръвоносна система е предложен в [35]. Схемата на мрежата е представена на Фигура 5.3. Мрежата има 5 прехода и 23 позиции. Преходите са както следва:

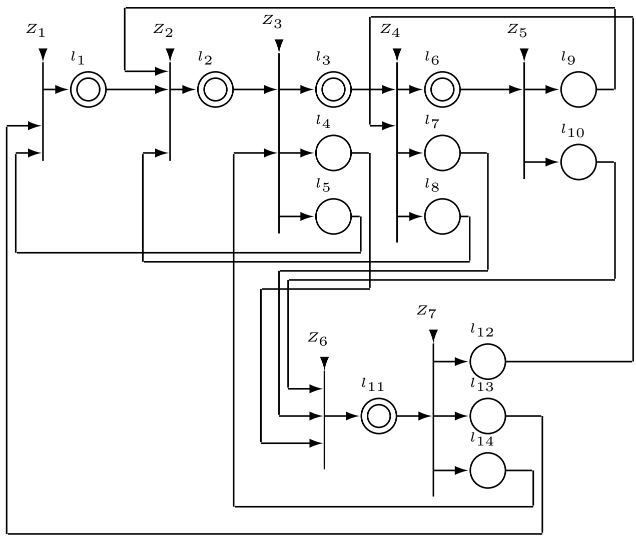
- Z_1 представя функционирането на централната нервна система.
- Z_2 представя функционирането на периферната нервна система (сензорни и двигателни фибри на мишичния сплит).
- Z_3 представя функционирането на мускулите и сухожилията на горния крайник.
- Z_4 представя функционирането на ставите и лигаментите на горния крайник.
- Z_5 представя функционирането на кръвоносната система на горния крайник.

Подробно описание на отделните преходи и на мрежата може да се намери в [35]. На базата на този модел в [36] е конструирана ОМХП. Тук ще дадем описание на тази мрежа и ще сравним графичната ѝ структура с тази на стандартната ОМ от [35]. Новата мрежа, в която вече и позициите могат да получават характеристики, е представена на Фигура 5.4.



Фигура 5.3. Схема на обобщеномрежов модел на горен крайник с кръвоносна система

В сравнение със стандартната ОМ са отпаднали дъгите, обозначаващи, че всяка от позициите l_3, l_9, l_{14}, l_{19} и l_{23} са едновременно входни и изходни за съответния преход на ОМ. В първоначалния модел текущото състояние на централната нервна система, периферната нервна система, мускулите и сухожилията, ставите и лигаментите и на кръвоносната система на горния крайник се пазят под формата на характеристики на ядрата, които циклят съответно в позиции l_3, l_9, l_{14}, l_{19} и l_{23}. В ОМХП тази информация е представена под формата на характеристики, които получават позициите l_1, l_2, l_3, l_6 и l_{11}. В обобщеномрежовия модел има пет типа ядра, докато в ОМХП има само един тип.



Фигура 5.4. Схема на ОМХП, описваща горен крайник с кръвоносна система.

Характеристиките на позиция l_{11} могат да се използват за оценка на работата на кръвоносната система на горния крайник. Скоростта на потока от кръв и нейният състав осигуряват нормалните съкратителни възможности на мускулите на горния крайник. Тези стойности могат да се пазят под формата на характеристика на позиция l_{11}. Онези стойности, които са в нормата, считаме за добри, а онези, които са извън нормата, считаме за неблагоприятни. По този начин характеристичната функция може да дава на позиция l_{11} характеристика „текущ статус на кръвоносната система на горния крайник; $\langle \mu_{11}, \nu_{11} \rangle$“, където наредената двойка $\langle \mu_{11}, \nu_{11} \rangle$ е оценка за работата на кръвоносната система. По същия начин може да се получи оценка на функционирането на централната нервна система, периферната нервна система, мускулите, ставите и сухожилията.

5.2 Обобщена мрежа с характеристики на позициите, описваща процеса на погасяване на горски пожар

В статията на автора [8] е предложена ОМХП, която описва процеса на погасяване на горски пожар. Схемата на мрежата е представена на Фигура 5.6. Мрежата се състои от 6 прехода и 22 позиции.

- В Z_1 се филтрират сигналите за възникнал пожар според предварително зададен критерий за коректност.

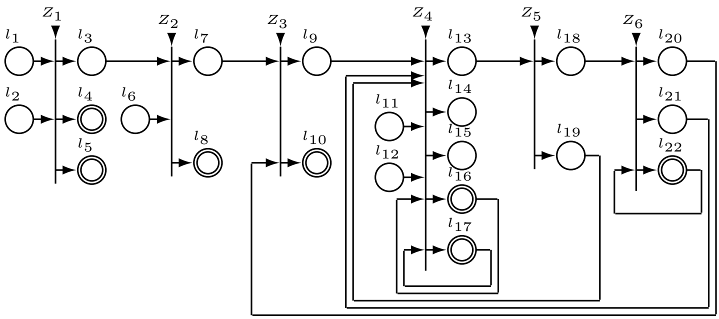
- В Z_2 се събира цялата достъпна информация за мястото на пожара. Например географски координати, метеорологични данни, профил на терена и др.

- В Z_3 се събира информация за предишни пожари, ако е имало такива.

- Z_4 представлява персонала и пожарогасителната техника.

- В Z_5 се взема решение дали ресурсите са достатъчни, за да бъде погасен пожарът.

- Z_6 представя мястото на пожара.



Фигура 5.6. Схема на редуцирана ОМХП, описваща процеса на погасяване на горски пожар

5.3 Резултати

- Посочени са някои възможности за приложения на ОМХП.

- Конструирана е ОМХП, която описва горен крайник с кръвоносна система.

- Конструирана е ОМХП, която описва процеса на погасяване на горски пожар.

Глава 6

Заключение

Основен предмет на изследване в дисертационния труд са обобщените мрежи с характеристики на позициите. Наред с формалната дефиниция на обобщена мрежа с характеристика на позициите е описан алгоритъм за функциониране на преход. Съгласно този алгоритъм, позициите получават характеристики само ако в тях са постъпили ядра на текущата стъпка.

Изследвани са връзките между класа на обобщените мрежи с характеристики на позициите и интуиционистки размитите обобщени мрежи от тип 1 и тип 2. За целта са доказани теореми за представимост на произволна мрежа от двата класа интуиционистки размити обобщени мрежи чрез обобщени мрежи с характеристики на позициите, както и обратно.

Понятието обобщена мрежа с характеристики на позициите е доразвито с дефинирането на интуиционистки размити обобщени мрежи с характеристики на позициите от тип 1 и тип 3. Дефинираните обобщени мрежи от една страна съчетават особеностите на интуиционистки размитите обобщени мрежи, в които вярностните стойности на предикатите се получават във вид на интуиционистки размити двойки, а от друга страна позволяват съхранението на информация, отнасяща се до позициите, във формата на характеристики на позициите.

Описан е алгоритъм за функциониране на преход в интуиционистки размитите обобщени мрежи с характеристики на позициите от тип 1 и тип 3.

За трите разширения на класа на стандартните обобщени мрежи — ОМХП, ИРОМХП1 и ИРОМХП3 — е доказано, че са консервативни разширения. Представените конструктивни доказателства за консервативността на разширенията имат не само теоретично значение, но и показват как на практика може да се конструира стандартна обобщена мрежа, описваща функционирането и запазваща резултатите от работата на произволна мрежа от което и да е от трите нови разширения.

Доказано е също така, че за всяка стандартна обобщена мрежа съществува мрежа от всяко от разширенията, която описва функционирането и запазва резултатите от работата на дадената мрежа.

Дефинирани са и класове от редуцирани обобщени мрежи с характеристики на позициите. При изследването им е установено съществуването на два класа минимални редуцирани обобщени мрежи.

Предложени са методи за оценка на поведението на ядра и на позиции, при които се използват както характеристиките на ядрата, така и характеристиките на позициите в смисъла на обобщени мрежи с характеристики на позициите. Предложена е универсална модификация на дадена мрежа с цел оценките да могат да се получават по време на работата на мрежата, като в тях се вземат предвид и по-старите характеристики. Разгледани са и оценки с тегла.

С предложените модификации на алгоритмите за функциониране на преход в стандартните обобщени мрежи и в трите нови разширения, разгледани в настоящата дисертация, е продължена тенденцията на оптимизиране на алгоритмите за функциониране на преход.

Най-сетне, представени са обобщени мрежи с характеристики на позициите, описващи горен крайник и процеса на погасяване на горски пожар. Направено е сравнение на тези модели със стандартни обобщени мрежи за същите процеси. Посочени са възможностите, които ни предоставя новият тип обобщени мрежи, като средство за моделиране на реални процеси.

Извън рамките на настоящия дисертационен труд остава въпросът за връзките между обобщените мрежи с характеристики на позицииите и други разширения на обобщените мрежи.

Интерес представлява възможността да се комбинират характеристиките на позициите с особеностите на мрежите от някои от разширенията и по този начин да се получат нови разширения по подобие на разгледаните тук интуиционистки размити обобщени мрежи с характеристики на позициите. Разбира се, трябва да се отговори и на въпроса доколко дефинирането на такива разширения е оправдано.

Към откритите проблеми, които ще бъдат обект на изследване в близко бъдеще, причисляваме също и необходимостта да се приведе конструктивно доказателство на Теорема 22.

Естествено продължение на предложените методи за оценка на ядра и позиции е да се разгледат възможностите за оценка на работата на преход и на мрежа.

Нерешен остава и проблемът за устойчивостта на обобщените мрежи. Към момента дефиницията на устойчивост на обобщена мрежа е по същество устойчивост на характеристичните функции, даващи характеристики на ядрата, но в нея трябва да бъдат включени и вярностните стойности на предикатите. Тук интерес представлява и устойчивостта на интуиционистки размитите обобщени мрежи, където вярностните стойности на предикатите се получават във вид на интуиционистки размити двойки. Това ще позволи да изследваме по какъв начин малки промени в началните характеристики на ядрата се отразяват на вярностните стойности на предикатите.

Приноси в дисертацията

Приносите в дисертационния труд са научни и приложни.

Научни приноси:

1. Изследвани са връзките между релациите на включване по извършена работа и операциите обединение и композиция, дефинирани над ОМ. Доказани са теореми, даващи необходими и достатъчни условия за валидност на релациите на включване по извършена работа между мрежи, получени след прилагане на операциите обединение и композиция над стандартни ОМ.

2. Дефинирани са три нови разширения на стандартните обобщени мрежи — обобщени мрежи с характеристики на позициите, интуиционистки размити обобщени мрежи с характеристики на позициите от тип 1 и интуиционистки размити обобщени мрежи с характеристики на позициите от тип 3. Доказано е, че трите разширения са консервативни разширения на ОМ.

3. Изследвани са връзките между класовете Σ_{IFGN1} и Σ_{IFGN2} — съответно на всички ИРОМ1 и всички ИРОМ2, от една страна, и класа на всички ОМХП (Σ_{CP}), от друга. За целта е доказано, че всяка ОМХП може да се представи чрез ИРОМ1 (ИРОМ2), която запазва резултатите от работата ѝ, както и обратното — че всяка ИРОМ1 (ИРОМ2) може да се представи чрез ОМХП. Описани са алгоритми за функциониране на преход в ОМХП, ИРОМХП1 и ИРОМХП3.

4. Дефинирани са класове на редуцирани ОМХП и минимални редуцирани ОМХП. Доказано е, че функционирането и резултатите от работата на всяка стандартна ОМ могат да се представят чрез минимална редуцирана ОМХП.

5. Предложени са методи за оценка на ядра и позиции на базата на характеристиките на ядрата в стандартни ОМ и на базата на характеристиките, получени от позициите в ОМХП. Предложено е

универсално разширение на обобщеномрежов модел, позволяващо оценките да се получават по време на функционирането на мрежата и в тях да се вземат предвид всички характеристики, получени от ядрата или от позициите.

6. Предложени са модификации на алгоритмите за функциониране на преход в ОМ, ОМХП, ИРОМХП1 и ИРОМХП3, когато сливането на ядра е позволено.

Приложни приноси:

1. Предложеното ново разширение на обобщените мрежи може да се използва за опростяване на графичното представяне на дадена мрежа, позволявайки по-лесното проследяване на връзките между преходите. Това е от важно значение, когато мрежата се използва за управление на процеса.

2. Разработена е обобщена мрежа с характеристики на позициите, описваща горен крайник.

3. Разработена е обобщена мрежа с характеристики на позициите, описваща процеса на погасяване на горски пожар.

Библиография

[1] Атанасов, К., Въведение в теорията на обобщените мрежи. Бургас, Понтика Принт, 1992.

[2] Атанасова, В., Изследване на алгоритми за конструиране на обобщеномрежови модели. Дисертационен труд за присъждане на ОНС доктор по информатика, Институт по информационни и комуникационни технологии, БАН, 2013.

[3] Alexieva, J., E. Choy, E. Koycheva, Review and bibloigraphy on generalized nets theory and applications. A Survey of Generalized Nets (E. Choy, M. Krawczak, A. Shannon and E. Szmidt, Eds.), Raffles KvB Monograph No. 10, 2007, 207-301.

[4] Andonov, V., K. Atanassov, Generalized nets with characteristics of the places. Compt. rend. Acad. bulg. Sci., Vol. 66, 2013, No. 12, 1673-1680.

[5] Andonov, V., Connection between generalized nets with characteristics of the places and intuitionistic fuzzy generalized nets of type 1 and type 2. Notes on Intuitionistic Fuzzy Sets, Vol. 19, 2013, No. 2, 77-88.

[6] Andonov, V., Intuitionistic fuzzy generalized nets with characteristics of the places of type 1 and type 3. Notes on Intuitionistic Fuzzy Sets, Vol. 19, 2013, No. 3, 99-110.

[7] Andonov, V., On some properties of the operations and relations over generalized nets. Issues in Intuitionistic Fuzzy Sets and Generalized Nets, Vol. 10, 2013, 89-96.

[8] Andonov, V., Reduced generalized nets with characteristics of the places. International Journal "Information Models and Analyses", Vol. 3, 2014, No. 2, 113-125.

[9] Andonov, V., Intuitionistic fuzzy evaluation of tokens in generalized nets based on their characteristics. Notes on Intuitionistic Fuzzy Sets, Vol. 20, 2014, No. 2, 109-118.

[10] Andonov, V., A. Shannon, Intuitionistic fuzzy evaluation of the behavior of tokens in generalized nets. Advances in Intelligent Systems and Computing, Springer, Vol. 322, 2015, 633-644.

[11] Andonov, V., Intuitionistic fuzzy evaluation of places in generalized nets and generalized nets with characteristics of the places. Proc. of the 15th International workshop on generalized nets, (под печат).

[12] Andonov, V., N. Angelova, Modifications of the algorithms for transition functioning in GNs, GNCP, IFGNCP1 and IFGNCP3 when merging of tokens is permitted. Special issue of Springer series "Studies in fuzziness and soft computing", (под печат).

[13] Andonov, V., M. Stefanova-Pavlova, T. Stojanov, M. Angelova, G. Cook, B. Klein, K. Atanassov, P. Vassilev, Generalized net model for telehealth services. Proc. of the 6th IEEE Int. Conf. "Intelligent Systems", Sofia, 2012, 221-224.

[14] Andonov, V., T. Stojanov, K. Atanassov, P. Kovachev, Generalized net model for telecommunication processes in telecare services. Proc of the First Int. Conf. on Telecommunications and Remote Sensing, Sofia, 2012, 158-162.

[15] Andonov, V., D. Stephanova, M. Esenturk, K. Atanassov, Generalized net model of telemedicine based on body temperature sensors. Proc. of the 14th International workshop on Generalized Nets, Burgas, 29-30 November, 2013, 78-89.

[16] Atanassov, K., Generalized Nets. World Scientific, Singapore, 1991.

[17] Atanassov, K., On Generalized Nets Theory. "Prof. M. Drinov" Academic Publishing House, Sofia, 2007.

[18] Atanassov, K., S. Dantchev, Generalized nets having places with limited global capacities. Annual of "Informatics" Section, Union of Scientists in Bulgaria, Vol. 1, 2008, 67-73.

[19] Atanassov, K., D. Dimitrov, V. Atanassova, Algorithms for tokens transfer in different types of intuitionistic fuzzy generalized nets. Cybernetics and Information Technologies, Vol. 10, 2010, No. 4, 22-35.

[20] Atanassov, K., V. Atanassova, P. Chountas, A. Shannon, Generalized nets with places, having intuitionistic fuzzy capacities. Notes on Intuitionistic Fuzzy Sets, Vol. 17, 2011, No. 4, 21-28.

[21] Atanassov, K., E. Szmidt, J. Kacprzyk, On intuitionistic fuzzy pairs. Notes on Intuitionistic Fuzzy Sets, Vol. 19, 2013, No. 3, 1–13.

[22] Atanassov, K., V. Tasseva, T. Trifonov, Modification of the algorithm for token transfer in generalized nets. Cybernetics and Information Technologies, Vol. 7, 2007, No. 1, 62-66.

[23] Atanassova, V., Generalized Nets with Volumetric Tokens, Comptes rendus de l'Academie Bulgare des Sciences, Vol. 65, 2012, No. 11, 1489-1498.

[24] Atanassova, V., On intuitionistic fuzzy approach to generalized net prognostics. New Developments in Fuzzy Sets, Intuitionistic Fuzzy Sets, Generalized Nets and Related Topics. Volume II: Applications, SRI PAS/IBS PAN, Warsaw, 2012, 1-12.

[25] Atanassova, V., S. Fidanova, P. Chountas, K. Atanassov, A generalized net with an ACO-algorithm optimization component. Lecture Notes in Computer Science (including subseries Lecture Notes in Artificial Intelligence and Lecture Notes in Bioinformatics), Vol. 7116, 2012, 190-197.

[26] Atanassova, V., S. Fidanova, I. Popchev, P. Chountas, Chapter 5. Generalized Nets, ACO Algorithms, and Genetic Algorithms, In: Monte Carlo Methods and Applications, Proc. of the 8^{th} IMACS Seminar on Monte Carlo Methods, August 29 Ц September 2, 2011, Borovets, Bulgaria (Sabelfeld, K., I. Dimov, Eds.), De Gruyter, 2012, 39-46.

[27] Choy E., M. Krawczak, A. Shannon, E. Szmidt (Eds.): A survey of generalized nets. KvB Institute of Technology, Sydney, Australia, 2007.

[28] Dimitrov, D., Optimized algorithm for token transfer in generalized nets. Recent Advances in Fuzzy Sets, Intuitionistic Fuzzy Sets, Generalized Nets and Related Topics, Vol. 1, Warsaw, SRI PAS, 2010, 63-68.

[29] Dorigo, M., Optimization, Learning and Natural Algorithms. Ph.D. Thesis, Politecnico di Milano, Italy, 1992 (in Italian). CHC по EKT, 2003. Oficyna Wydawnicza EXIT, Warszawa, 2003. Warsaw School of Information Technology, Warsaw, 2010.

[30] Matveev, M., V. Andonov, K. Atanassov, M. Milanova, Generalized Net Model for Telecommunication Processes in Telecare Services. Proc. of the 2013 Int. Conf. on Electronics and Communication Systems, Rhodes Island, 2013, 142-145.

[31] Petri, C.-A., Kommunication mit Automaten. Ph.D. Thesis, Univ. of Bonn, 1962.; Schriften des Inst. fur Instrument. Math., No. 2, Bonn, 1962.

[32] Pencheva, T., K. Atanassov, A. Shannon, Generalized Net Model of Offspring Reinsertion in Genetic Algorithms. Annual of "Informatics" Section of Union of Scientists in Bulgaria, 2011, 4, 29-35.

[33] Pencheva, T., K. Atanassov, A. Shannon, Generalized Net Model of Selection Function Choice in Genetic Algorithms. Recent Advances in Fuzzy Sets, Intuitionistic Fuzzy Sets, Generalized Nets and Related Topics, Volume II: Applications, Systems Research Institute, Polish Academy of Sciences, Warsaw, 2011, 193-201.

[34] Pencheva, T., O. Roeva, A. Shannon, Generalized Net Models of Crossover Operators in Genetic Algorithms. Proc. of the Ninth International Workshop on Generalized Nets, Sofia, Bulgaria, July 4, 2008, 2, 64-70.

[35] Ribagin, S., V. Chakarov, K. Atanassov, Generalized net model of the upper limb vascular system. Proc. of the 6th IEEE Conference on Intelligent Systems, Sofia, 6-8 September 2012, Vol. 2, 229-233

[36] Ribagin, S., V. Andonov, V. Chakarov, Possible applications of generalized nets with characteristics of the place. A medical example. Proc. of the 14th Int. Workshop on Generalized Nets, 29-30 November 2013, 56-64.

[37] Roeva, O., K. Atanassov, Generalized Net Model of a Modified Genetic Algorithm. Issues in Intuitionistic Fuzzy Sets and Generalized Nets, Vol. 7, 2008, 93-99.

[38] Roeva, O., K. Atanassov, A. Shannon, Generalized net for evaluation of the genetic algorithm fitness function. Proc. of the Eighth Int.Workshop on Generalized Nets, Sofia, 26 June 2007, 48-55.

[39] Roeva, O., K. Atanassov, A. Shannon, Generalized Net for Selection of Genetic Algorithm Operators, Annual of "Informatics" Section of Union of Scientists in Bulgaria, Vol. 1, 2008, 117-126.

[40] Roeva, O., T. Pencheva, Generalized Net Model of a Multi-population Genetic Algorithm, Issues in Intuitionistic Fuzzy Sets and Generalized Nets, 2010, 8, 91-101.

[41] Roeva, O., T. Pencheva, K. Atanassov, A. Shannon, Generalized Net Model of Selection Operator of Genetic Algorithms, 2010 IEEE International Conference on Intelligent Systems (IS 2010), July 7-9, 2010, University of Westminster, London, UK, 286-289.

[42] Roeva, O., A. Michalikova, Generalized net model of intuitionistic fuzzy logic control of genetic algorithm parameters. Notes on Intuitionistic Fuzzy Sets, Vol. 19, 2013, No. 2, 71-76.

[43] Roeva, O., T. Pencheva, A. Shannon, K. Atanassov, Generalized nets in artificial intelligence. Volume 7: Generalized nets and genetic algorithms, Academic Publishing House "Prof. Marin Drinov", Sofia, 2013.

[44] Shannon, A., J. Sorsich, K. Atanassov, Generalized Nets in Medicine. Academic Publishing House "Prof. M. Drinov", Sofia, 1996.

[45] Shannon, A., J. Sorsich, K. Atanassov, N. Nikolova, P. Georgiev, Generalized nets in in general and internal medicine. Volume 1. Academic Publishing House "Prof. M. Drinov", Sofia, 1998.

[46] Shannon, A., J. Sorsich, K. Atanassov, N. Nikolova, P. Georgiev, Generalized nets in in general and internal medicine. Volume 2. Academic Publishing House "Prof. M. Drinov", Sofia, 1999.

[47] Shannon, A., J. Sorsich, K. Atanassov, N. Nikolova, P. Georgiev, Generalized nets in in general and internal medicine. Volume 3. Academic Publishing House "Prof. M. Drinov", Sofia, 2000.

Списък с публикациите по дисертационния труд

[1] Andonov, V., K. Atanassov, Generalized nets with characteristics of the places. Compt. rend. Acad. bulg. Sci., Vol. 66, 2013, No. 12, 1673-1680.

[2] Andonov, V., Connection between generalized nets with characteristics of the places and intuitionistic fuzzy generalized nets of type 1 and type 2. Notes on Intuitionistic Fuzzy Sets, Vol. 19, 2013, No. 2, 77-88.

[3] Andonov, V., Intuitionistic fuzzy generalized nets with characteristics of the places of type 1 and type 3. Notes on Intuitionistic Fuzzy Sets, Vol. 19, 2013, No. 3, 99-110.

[4] Andonov, V., On some properties of the operations and relations over generalized nets. Issues in Intuitionistic Fuzzy Sets and Generalized Nets, Vol. 10, 2013, 89-96.

[5] Andonov, V., Reduced generalized nets with characteristics of the places. International Journal "Information Models and Analyses", Vol. 3, 2014, No. 2, 113-125.

[6] Andonov, V., Intuitionistic fuzzy evaluation of tokens in generalized nets based on their characteristics. Notes on Intuitionistic Fuzzy Sets, Vol. 20, 2014, No. 2, 109-118.

[7] Andonov, V., A. Shannon, Intuitionistic fuzzy evaluation of the behavior of tokens in generalized nets. Advances in Intelligent Systems and Computing, Springer, Vol. 322, 2015, 633-644.

[8] Andonov, V., Intuitionistic fuzzy evaluation of places in generalized nets and generalized nets with characteristics of the places. Proc. of the 15$^{\text{th}}$ International Workshop on Generalized Nets, (под печат).

[9] Andonov, V., N. Angelova, Modifications of the algorithms for transition functioning in GNs, GNCP, IFGNCP1 and IFGNCP3 when merging of tokens is permitted. Special issue of Springer series "Studies in fuzziness and soft computing", (под печат)

[10] Ribagin, S., V. Andonov, V. Chakarov, Possible applications of generalized nets with characteristics of the place. A medical example. Proc. of the 14th Int. Workshop on Generalized Nets, 29-30 November 2013, 56-64.