

**Метаевристични алгоритми
за идентификация
на нелинейни динамични системи**

проф. д-р инж. Олимпия Николаева Роева

АВТОРЕФЕРАТ

на дисертационен труд
представен за придобиване на научна степен
Доктор на науките

област на висше образование
4. Природни науки, математика и информатика
професионално направление
4.6. Информатика и компютърни науки

Защитата на дисертационния труд ще се състои на от
в ИБФБМИ - БАН, бл. 105, заседателна зала.

Дисертационният труд е обсъждан на разширен научен семинар на секция *Биоинформатика и математическо моделиране* на 28.04.2026 г.

Дисертационният труд съдържа увод, шест глави и заключение.
Цитирани са 581 литературни източника.

Автор: Олимпия Николаева Роева

Заглавие: Метаевристични алгоритми за идентификация на нелинейни динамични системи

Съдържание

Увод	2
1 Съвременно състояние на изследванията на метаевристичните алгоритми и моделиране на биопроцеси	3
2 Материали и методи	5
3 Метаевристични алгоритми	11
4 Приложение на метаевристични алгоритми за задачи за оптимизация на параметри	18
5 Хибридни метаевристични алгоритми	21
6 Приложение на хибридни метаевристични алгоритми за задачи за оптимизация на параметри	31
7 Заключение и насоки за бъдеща работа	35
Списък на авторските публикации по дисертационния труд	38
Библиография	40

Увод

Нарастващата сложност, високата размерност и силната нелинейност на съвременните биотехнологични системи разкриват ограниченията на класическите детерминистични методи за оптимизация. Докато градиентните подходи са изчислително ефективни за изпъкнали задачи, то те по своята същност са локални и силно чувствителни към началните условия. За разлика от тях, метаевристичните алгоритми за оптимизация се утвърждават като силна парадигма за решаване на мултимодални и изчислително сложни задачи, които са трудно решими чрез традиционни техники [107, 122].

Въпреки своята устойчивост (робастност), отделните метаевристики проявяват структурни ограничения съгласно теоремата “No Free Lunch”. Генетичните алгоритми могат да страдат от бавна сходимост във фазите на донастройка, докато методи като оптимизация на рояк са склонни към преждевременна стагнация. Тези ограничения мотивират разработването на хибридни метаевристични алгоритми. Хибридизацията представлява теоретично обоснован синтез, насочен към постигане на по-добър баланс между глобално изследване (exploration) и локално оползотворяване (exploitation) чрез интегриране на комплементарни механизми за търсене в рамките на единна математическа структура [183, 535].

Значимостта на тези усъвършенствани алгоритми – хибриди е особено ясно изразена при моделирането и управлението на култивационни процеси. Такива системи се характеризират със силно нелинейна динамика, инхибиране от субстрат и променливи във времето физиологични състояния. Идентификацията на параметри в тези модели представлява нелинейна обратна задача с мултимодални целеви функции. По подобен начин, оптималната настройка на ПИД регулатори за такива процеси представлява сложна задача за динамична оптимизация, при която класическите правила за настройка често са неефективни.

Изследването, представено в настоящия дисертационен труд за придобиване на научна степен „доктор на науките“, се намира на пресечната точка между теорията на оптимизацията, изчислителния интелект и инженерния анализ на процеси. То включва структурен синтез на хетерогенни механизми за търсене с цел създаване на нови хибридни оператори с възникващи свойства на търсене. Двупосочното взаимодействие между теория и приложение потвърждава робастността на предложените алгоритми, като същевременно адресира съществени индустриални предизвикателства в моделирането и управлението на биопроцесни системи.

Цел на дисертационния труд

Целта на дисертационния труд е теоретично изследване, развитие и експериментално потвърждаване на метаевристични алгоритми и хибридни подходи, с приложения за моделиране и управление на биопроцеси, насочени към създаване на високоэффективни оптимизационни алгоритми.

Изследователска хипотеза

Хибридикацията на комплементарни метаверистики, ръководена от формален анализ на тяхното динамично поведение на търсене, позволява изграждането на оптимизационни рамки с подобрена сходимост, устойчивост и мащабируемост в сравнение със съставните алгоритми, особено при слабо обусловени задачи за моделиране и управление на култивационни процеси.

Изследователски задачи

За постигане на поставената цел и проверка на изследователската хипотеза са формулирани следните основни задачи:

1. Да се извърши критичен и систематичен анализ на утвърдени метаверистични алгоритми за оптимизация, с акцент върху техните математически основи, механизми за изследване–оползотворяване, сходимост и ограничения при нелинейни динамични оптимизационни задачи.
2. Да се изследват, реализират и приложат избрани метаверистични алгоритми с цел анализ на тяхната динамика на търсене, характеристики на ефективност и приложимост за решаване на сложни нелинейни оптимизационни задачи.
3. Да се изследват теоретичните основи на хибридикацията в метаверистичната оптимизация, включително структурната интеграция на хетерогенни оператори за търсене и механизми за запазване на разнообразието.
4. Да се предложат нови хибридни метаверистични алгоритми на основата на анализа на резултатите от приложението на избраните метаверистични алгоритми.
5. Да се изследват, реализират и приложат предложените хибридни алгоритми за задачи за идентификация на параметри при моделиране и управление на биопроцеси и да се анализира тяхната ефективност.
6. Да се създаде методологична рамка за оценка на ефективността на хибридните метаверистики, включваща тестове с еталонни функции, статистически анализ и Интеркритериален анализ.

Глава 1

Съвременно състояние на изследванията на метаверистичните алгоритми и моделиране на биопроцеси

Едно от съвременните направления на изкуствения интелект е областта на метаверистичните алгоритми — метод за решаване на задачи, който разширява идеята за евристичните алгоритми, където „meta“ означава „отвъд“ или „на по-високо ниво“ [239]. Според [492], метаверистиката представлява „итеративен процес на генериране, който управлява подчинена евристика чрез интелигентно комбиниране на различни концепции за изследване и оползотворяване на пространството на търсене, като се използват

стратегии за обучение за структуриране на информацията с цел ефективно намиране на близки до оптималните решения.“

Метаевристичните алгоритми се разглеждат не само от гледна точка на приложението, но и в контекста на теорията на динамичните системи, стохастичните процеси и анализа на нелинейни системи, които формират концептуалната основа за обобщение на хибридните метаевристики.

Разработването на хибридни метаевристични алгоритми се утвърждава като важно научно направление в глобалната оптимизация. Хибридизацията има за цел да комбинира комплементарни механизми за търсене на различни алгоритми с цел подобряване на надеждността на сходимостта, качеството на решенията и устойчивостта при решаване на сложни нелинейни оптимизационни задачи. Въпреки значителния напредък в тази област, проектирането на ефективни хибридни метаевристики остава предизвикателна задача и в научната литература продължават да се търсят отговори на няколко важни изследователски въпроса [102, 348, 358, 497, 535, 543]:

- **Баланс между изследване и оползотворяване:** Поддържането на устойчив компромис между глобалното търсене (изследване) и локалното оползотворяване остава нерешен проблем. Неефективните преходи между тези фази често водят до преждевременна сходимост.
- **Сложност на интеграцията:** Успехът на хибридните подходи зависи от съвместимостта на комбинираните оператори. Повечето съвременни изследвания се основават на емпирична интуиция, а не на систематични принципи, което затруднява възпроизводимостта и обобщението.
- **Чувствителност към параметрите:** Хибридните алгоритми въвеждат увеличена размерност на пространството от параметри, което прави настройката изчислително сложна. Неподходящите настройки съществено влошават скоростта на сходимост и разнородието на популацията.
- **Мащабируемост и изчислителна сложност:** Едновременното изпълнение на множество процедури увеличава сложността, което може да стане ограничаващо при задачи с висока размерност или при изчислително сложни целеви функции.
- **Липса на систематични рамки:** Наблюдава се съществена липса на единен теоретичен подход за проектиране на хибриди. В литературата доминират ad hoc комбинации, като кооперативните и многоагентни взаимодействия са недостатъчно изследвани.
- **Ограничена обобщаемост:** Ефективността на хибридите често е специфична за конкретния проблем. Разработването на стратегии, способни да се адаптират към различни пространства на търсене, остава фундаментална изследователска необходимост.

Тези предизвикателства подчертават необходимостта от нови хибридни стратегии, които да осигурят ефективен баланс на търсенето, подобрена устойчивост и намалена чувствителност към параметрите. В този контекст настоящата работа е мотивирана от

разработването на структурно интегрирани механизми за хибридизация с цел повишаване на ефективността на оптимизационни решения при моделиране и управление на сложни нелинейни биопроцеси.

Основната мотивация на настоящото изследване е да се изследват нови механизми за хибридизация, способни да интегрират комплементарни поведения на търсене с цел подобряване на ефективността и устойчивостта на метаевристичните методи за оптимизация при сложни нелинейни задачи за моделиране, като например идентификация на параметри на модели на култивационни процеси и управление на процеси.

Горното изложение съответства на формулираната в Увода **цел на дисертационния труд**:

Теоретично изследване, развитие и експериментално потвърждаване на метаевристични алгоритми и хибридни подходи, с приложения за моделиране и управление на биопроцеси, насочени към създаване на високоефективни оптимизационни алгоритми.

Глава 2

Материали и методи

Глава 2 представя описание на култивационните процеси, използвани като реални тестови системи за валидиране и оценка на ефективността на изследваните метаевристични алгоритми и предложените хибридни метаевристични алгоритми. Тези процеси служат като сложни нелинейни динамични тестови среди, представителни за индустриално значими биотехнологични приложения. Метаевристичните алгоритми, разработени в дисертационния труд, се прилагат за решаване на задачата за идентификация на параметри на нелинейни математически модели, които описват разглежданите култивационни процеси.

Впоследствие предложените метаевристични алгоритми са предложени за настройка на параметрите на ПИД регулатори в различни затворени контури на управление. Задачата за настройка е формулирана така, че да осигури устойчиво регулиране на концентрацията на основния субстрат около предварително зададено референтно ниво, като се отчитат нелинейната динамика, експлоатационните ограничения и присъщите неопределености, характерни за биопроцесните системи.

Изследвани са следните култивационни процеси:

- *Escherichia coli* MC4110 полупериодичен култивационен процес;
- *Escherichia coli* BL21(DE3)pPhyt109 полупериодичен култивационен процес;
- Термофилен анаеробен процес на разграждане на пшенична слама;
- Двустепенен анаеробен процес на разграждане на царевичен екстракт.

Глава 2 представя и теоретична постановка на задачата за идентификация на параметри на нелинеен модел и задачата за настройка на параметрите на ПИД регулатор,

с особен акцент върху тяхното формулиране като задачи за глобална оптимизация със симулационен характер и ограничения. Разглеждат се специфичните структурни и динамични характеристики на култивационните процеси – като силна нелинейност, свързаност на параметрите и експлоатационни ограничения.

Накрая е представена рамка за оценка и сравнение на поведението на алгоритмите, както и теоретичната основа на Интеркритериалния анализ (ICrA) [61]. ICrA се използва като допълващ инструмент за подпомагане на вземането на решения при сравнителната оценка на ефективността на предложените метаевристични алгоритми, заедно с класически статистически методи за анализ. Тази комбинирана рамка за оценка осигурява многомерна и устойчива оценка на ефективността и надеждността на алгоритмите.

2.1.1. *E. coli* MC4110 полупериодичен култивационен процес

От практическа гледна точка, изследванията по моделиране са насочени към идентифициране на модели, подходящи за подпомагане на инженерните задачи за оптимизация и управление на процеса. Поради това динамиката на култивационния процес се описва чрез прост модел от тип Monod, който представлява най-често използваната кинетика при моделиране на култивационни процеси [73].

Прилагането на обобщения динамичен модел в пространството на състоянията към *E. coli* MC4110 полупериодичен култивационния процес води до следната система от нелинейни диференциални уравнения [410]:

$$\frac{dX}{dt} = \mu_{max} \frac{S}{k_S + S} X - \frac{F_{in}}{V} X, \quad (2.1)$$

$$\frac{dS}{dt} = -\frac{1}{Y_{S/X}} \mu_{max} \frac{S}{k_S + S} X + \frac{F_{in}}{V} (S_{in} - S), \quad (2.2)$$

$$\frac{dV}{dt} = F_{in}, \quad (2.3)$$

където X е концентрация на биомаса; S е концентрация на субстрат (глюкоза); F е скорост на подхранване; V е обем на биореактора; S_{in} е начална концентрация на глюкоза в подхранващия разтвор; μ_{max} е максимална скорост на растеж; k_S е константа на насищане; $Y_{S/X}$ е коефициент на добив.

2.1.2. *E. coli* BL21(DE3)pPhyt109 полупериодичен култивационен процес

Полупериодичната култивацията на *E. coli* BL21(DE3)pPhyt109 включва измерване на скорости, свързани с растежа на клетките, консумация на захар и продукция на фитаза. Тези скорости обикновено се описват чрез използване на материален баланс, както следва [423]:

$$\frac{d\gamma_X}{dt} = \mu_{max} \frac{\gamma_S}{k_S + \gamma_S} \gamma_X - \frac{Q}{V} \gamma_X, \quad (2.4)$$

$$\frac{d\gamma_S}{dt} = \frac{1}{Y_{S/X}} \mu_{max} \frac{\gamma_S}{k_S + \gamma_S} \gamma_X + \frac{Q}{V} (\gamma_{S_{in}} - \gamma_S), \quad (2.5)$$

$$\frac{d\gamma_P}{dt} = \frac{1}{Y_{P/X}} \mu_{max} \frac{\gamma_S}{k_S + \gamma_S} \gamma_X - \frac{Q}{V} \gamma_P, \quad (2.6)$$

$$\frac{dV}{dt} = Q, \quad (2.7)$$

където γ_X е концентрация на биомасата [g/L]; γ_S е концентрация на субстрата (глюкоза) [g/L]; γ_P е концентрация на фитазата [g/L]; Q е дебит на входния поток [L/h]; V – обем на биореактора [L]; γ_{Sin} е входна концентрация на глюкоза [g/L]; μ_{max} е максимална специфична скорост на растеж [1/h]; $Y_{S/X}$ и $Y_{P/X}$ са коефициенти на добив [g/g]; k_S – константа на насищане [g/L].

2.1.3. Термофилен анаеробен процес на разграждане на пшенична слама

За описание на термофилния анаеробен процес на разграждане за производство на метан от пшенична слама се използва детерминистична нелинейна динамична система от диференциални уравнения, както следва [108]:

$$\frac{dS_0}{dt} = -\beta X_1 S_0, \quad (2.8)$$

$$\frac{dX_1}{dt} = \mu_1 X_1, \quad (2.9)$$

$$\frac{dS_1}{dt} = \beta X_1 S_0 - \frac{1}{Y_1} \mu_1 X_1, \quad (2.10)$$

$$\frac{dX_2}{dt} = \mu_2 X_2, \quad (2.11)$$

$$\frac{dS_2}{dt} = Y_b \mu_1 X_1 - \frac{1}{Y_2} \mu_2 X_2, \quad (2.12)$$

$$Q_{CH_4} = Y_{CH_4} \mu_2 X_2, \quad (2.13)$$

$$\mu_1 = \frac{\mu_{1max} S_1}{k_{1s} + S_1} - b_1, \quad (2.14)$$

$$\mu_2 = \frac{\mu_{2max} S_2}{k_{2s} + S_2} - b_2. \quad (2.15)$$

Уравнения (2.8) и (2.10) представят баланса на изходния субстрат (S_0) – целулоза и неговото превръщане в глюкоза (S_1) след хидролиза. Уравнения (2.9) и (2.11) описват динамиката на концентрациите на биомасата (X_1 и X_2). Уравнение (2.12) представя динамиката на междинния продукт – ацетат (Ac_1), а алгебричното уравнение (2.13) – дебита на метана в газовата фаза в биореактора. За специфичните скорости на растеж на биомасите е използвана функция от тип Monod – уравнения (2.14) и (2.15).

2.1.4. Двустепенен анаеробен процес на разграждане на царевичен екстракт

Двустепенният анаеробен процес на разграждане на царевичен екстракт за последователно производство на H_2 и CH_4 се осъществява в два отделни биореактора [108]. По време на първия етап сравнително бързорастящи ацидогенни микроорганизми, участващи в производството на летливи мастни киселини и H_2 , се култивират във водородния биореактор BR_1 . Бавнорастящи ацетогенни и метаногенни бактерии се развиват по време на втория етап в метаногенния биореактор BR_2 . Летливите мастни киселини впоследствие се преобразуват в CH_4 и CO_2 в BR_2 .

Динамиката на процеса в каскадата BR_1 и BR_2 е представена чрез материален баланс със система от пет обикновени диференциални уравнения и две алгебрични уравнения, както следва:

BR₁:

$$\frac{dS_1}{dt} = -Y_1\mu_1 X_1 + D_1 (S_{1in} - S_1), \quad (2.16)$$

$$\frac{dX_1}{dt} = \mu_1 X_1 - D_1 X_1, \quad (2.17)$$

$$\frac{dAc_1}{dt} = Y_2\mu_1 X_1 - D_1 Ac_1, \quad (2.18)$$

$$Q_{H_2} = Y_{H_2}\mu_1 X_1, \quad (2.19)$$

$$\mu_1 = \frac{\mu_{1max} S_1}{K_{S_1} + S_1}. \quad (2.20)$$

BR₂:

$$\frac{dX_2}{dt} = \mu_2 X_2 - D_2 X_2, \quad (2.21)$$

$$\frac{dAc_2}{dt} = -Y_3\mu_2 X_2 + D_2 (Ac_1 - Ac_2), \quad (2.22)$$

$$Q_{CH_4} = Y_{CH_4}\mu_2 X_2, \quad (2.23)$$

$$\mu_2 = \frac{\mu_{2max} Ac_2}{K_{S_2} + Ac_2}. \quad (2.24)$$

Системата (2.16)-(2.20) описва динамиката на концентрацията на субстрата (S_1), [g/L]; концентрацията на микробната биомаса (X_1), [g/L]; образуването на продукта (ацетат) (Ac_1) [g/L] в BR₁. Алгебричното уравнение описва дебита на водорода (Q_{H_2}) [dm³/L·h] в газовата фаза на BR₁. S_{1in} [g/L] е концентрацията на входния субстрат. За специфичната скорост на растеж μ_1 [day⁻¹] на водород-продуциращите микроорганизми е приета функция от тип Monod. D_1 [day⁻¹] е коефициентът на разреждане за първия биореактор BR₁; μ_{1max} [day⁻¹] и K_{S_1} [g/L] са кинетични коефициенти от типа на Monod; а Y_1 , Y_2 и Y_{H_2} са коефициенти на добив, [g/g].

Системата (2.21)-(2.24) описва едностъпкова трансформация на входящия ацетат Ac_1 (постъпващ от BR₁) в метан чрез метаногенни микроорганизми. За специфичната скорост на растеж на метаногенната биомаса също е приета функция от тип Monod. В модела, X_2 е концентрацията на микробната биомаса в BR₂ [g/L], Ac_2 е концентрацията на ацетата в BR₂ [g/L], Q_{CH_4} е дебитът на метана [dm³/L·day], D_2 [day⁻¹] е коефициентът на разреждане за втория биореактор BR₂, μ_2 е специфичната скорост на растеж (от тип Monod) на метаногените [day⁻¹], Y_{CH_4} и Y_3 са коефициенти на добив, а μ_{2max} [day⁻¹] и K_{S_2} [g/L] са кинетични коефициенти.

2.2. Идентификация на параметри на нелинеен модел при култивационни процеси – теоретична постановка

Разглеждаме култивационен процес, описан чрез нелинеен динамичен модел в пространство на състоянието:

$$\dot{x}(t) = f(x(t), u(t), \theta), \quad x(0) = x_0, \quad (2.25)$$

$$y(t) = h(x(t), \theta), \quad (2.26)$$

където $x(t) \in \mathbb{R}^n$ е векторът на състоянията на нелинейната динамична система, представящ променливите на процеса. Векторът $u(t) \in \mathbb{R}^m$ е управляващия вход или управляваните променливи, докато $\theta \in \Omega \subset \mathbb{R}^p$ е векторът от неизвестни параметри на модела или регулатора, които трябва да бъдат идентифицирани или оптимизирани. Нелинейната векторна функция $f(\cdot)$ дефинира динамичната промяна на системата, изведена от балансowi уравнения и кинетични зависимости, а $x(0) = x_0$ задава началните условия.

Задачата за идентификация се формулира като задача за нелинейна оптимизация с ограничения:

$$\min_{\theta \in \Omega} J(\theta), \quad (2.27)$$

където $J : \Omega \rightarrow \mathbb{R}$ е нелинейна целева функция, а Ω е компактно допустимо множество.

Целевият функционал $J(\theta)$ обикновено се дефинира като критерий от тип най-малки средни квадрати:

$$J(\theta) = \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N \|y^{\text{exp}}(t_i) - y(t_i; \theta)\|^2, \quad (2.28)$$

където M е броят на променливите на процеса, N е броят на експерименталните точки, y^{exp} са измерените експериментални стойности, а $y(t_i; \theta)$ са стойностите, предсказани от модела. $y(t_i; \theta) = [X \ S]$ (модел (2.1) - (2.3)); $y(t_i; \theta) = [\gamma_X \ \gamma_S \ \gamma_P]$ (модел (2.4) - (2.7)); $y(t_i; \theta) = [H_2 \ CH_4]$ (модел (2.8) - (2.15)) и $Y_{ij} = [S_0 \ S_1 \ S_2 \ CH_4]$ (модел (2.16) - (2.20)).

Допустимото множество на параметрите Ω включва физични, биологични и експлоатационни ограничения:

$$\Omega = \left\{ \theta \in \mathbb{R}^p \mid \theta_i^{\min} \leq \theta_i \leq \theta_i^{\max}, \quad i = 1, 2, \dots, p \right\}, \quad (2.29)$$

където $\theta_i^{\min}$ и $\theta_i^{\max}$ означават съответно долната и горната допустима граница на i -тия параметър.

Предвид горните структурни и динамични характеристики, идентификацията на параметри на нелинейни модели при култивационни процеси трябва да се разглежда като задача за глобална оптимизация с ограничения, която в уравнение (2.27) е подчинена на нелинейни динамични ограничения, Ур. (2.25). Задачата е с висока размерност, мултимодална, основана на симулации и сложна.

2.3. Рамка за оценка и сравнение на метаевристични алгоритми

Дефинирането на рамка за оценка е съществено за обективния анализ и сравнение на метаевристични и хибридни оптимизационни алгоритми. Предложена е структурирана многостепенна рамка, която интегрира тестове с еталонни функции, валидиране върху реални задачи, статистически анализ на представянето и усъвършенствана многокритериална оценка.

1. **Тестване с еталонни функции:** осигурява контролирана и възпроизводима среда за анализ на фундаменталните свойства на алгоритмите. Тестването на алгоритмите чрез еталонни функции позволява систематична оценка на скоростта на сходимост, баланса между изследване и оползотворяване (exploration–exploitation),

устойчивостта и мащабируемостта спрямо размерността на задачата. Чрез сравнение на представянето върху разнообразен набор от стандартизирани функции може да се определи кой алгоритъм демонстрира устойчиво превъзходство при различни характеристики на пространството за търсене.

2. **Тестване върху реални задачи:** оценява представянето на алгоритмите при практически оптимизационни задачи. Доброто представяне върху еталонни функции не гарантира ефективност при реални приложения, където присъстват шум, ограничения и неопределености в моделирането. Чрез реални приложения се валидират приложимостта, устойчивостта и надеждността на алгоритмите.
3. **Статистически анализ на представянето:** осигурява обективно сравнение на базата на множество независими изпълнения. Количественото оценяване на вариационността, устойчивостта и статистическата значимост на наблюдаваните различия в представянето се постига чрез статистически анализ. Статистическите тестове определят дали наблюдаваните разлики са значими. Тези знания позволяват избор на алгоритми, които стабилно превъзхождат останалите, а не такива, които показват добри резултати само в отделни случаи.
4. **Интеркритериален анализ:** предоставя многокритериална перспектива за оценка на представянето на алгоритмите. Класическите статистически методи разглеждат критериите независимо и могат да пренебрегнат скрити зависимости между тях. Идентифицирането на корелации, припокривания и конфликти между показателите за ефективност осигурява по-задълбочено разбиране на поведението на алгоритмите.

2.4. Допустима област на параметрите за разглежданите задачи за идентификация

При параметричната идентификация всеки параметър на модела $p = p_1, p_2, \dots, p_n$, се кодира в определен интервал (долна граница $\leq$ параметър $\leq$ горна граница):

- $p = [\mu_{max} \ k_S \ Y_{S/X}]$ (модел на *E. coli* MC4110 полупериодичен култивационен процес, съгласно уравнения (2.1) - (2.3)),

$$0.01 \leq \mu_{max} \leq 0.8; \ 0.001 \leq k_S \leq 1; \ 0.01 \leq Y_{S/X} \leq 10. \quad (2.38)$$

- $p = [\mu_{max} \ k_S \ Y_{S/X} \ Y_{P/X}]$ (модел на *E. coli* BL21(DE3)pPhyt109 полупериодичен култивационен процес, съгласно уравнения (2.4) - (2.7)),

$$0.05 \leq \mu_{max} \leq 0.9; \ 0.001 \leq k_S \leq 0.5; \\ 1 \leq Y_{S/X} \leq 10; \ 1 \leq Y_{P/X} \leq 10. \quad (2.39)$$

- $p = [\mu_{1max} \ k_{1s} \ b_1 \ \beta \ Y_1 \ Y_b \ \mu_{2max} \ k_{2s} \ Y_2 \ Y_{CH_4} \ b_2]$ (модел на термофилен анаеробен процес на разграждане на пшенична слама, съгласно уравнения (2.8) - (2.15)),

$$0.01 \leq \mu_{1max} \leq 0.8; \ 0.001 \leq k_{1s} \leq 10; \ 0 \leq b_1 \leq 0.1; \\ 0.01 \leq \beta \leq 10; \ 0.01 \leq Y_1 \leq 1; \ 1 \leq Y_b \leq 200; \\ 0.1 \leq \mu_{2max} \leq 0.8; \ 0.01 \leq k_{2s} \leq 10; \ 0.01 \leq Y_2 \leq 10; \\ 0.1 \leq Y_{CH_4} \leq 30; \ 0 \leq b_2 \leq 1. \quad (2.40)$$

- $p = [\mu_{1\max} \ k_{1s} \ Y_1 \ Y_2 \ Y_{H2} \ \mu_{2\max} \ k_{2s} \ Y_3 \ Y_{CH_4}]$ (модел на двустепенен анаеробен процес на разграждане на царевичен екстракт, съгласно уравнения (2.16)-(2.20)),

$$\begin{aligned} 0.01 \leq \mu_{1\max} \leq 0.8; \ 0.01 \leq k_{1s} \leq 50; \ 0.1 \leq Y_1 \leq 50; \\ 0.001 \leq Y_2 \leq 50; \ 0.01 \leq Y_{H2} \leq 50; \ 0.001 \leq \mu_{2\max} \leq 0.8; \\ 0.0001 \leq k_{2s} \leq 5; \ 0.1 \leq Y_3 \leq 50; \ 0.1 \leq Y_{CH_4} \leq 100. \end{aligned} \quad (2.41)$$

Глава 3

Метаевристични алгоритми

В Глава 3 са разгледани представителни и структурно разнообразни метаевристични алгоритми за оптимизация, изследвани и приложени към задачи за идентификация на параметри в нелинейни динамични системи. Изборът на алгоритмите отразява различни концептуални класове в рамките на метаевристичната парадигма – еволюционни, основани на колективна интелигентност, вдъхновени от физиката и стратегии за търсене, основани на социално поведение. Изследвани са следните метаевристични алгоритми:

- 3.1 **Genetic Algorithm**, публикации [470], [420], [418], [433], [434] и [441];
- 3.2 **Firefly Algorithm**, публикации [430] и [413];
- 3.3 **Cuckoo Search Algorithm**, публикация [413];
- 3.4 **Crow Search Algorithm**, публикации [438] и [424];
- 3.5 **Artificial Bee Colony Optimization**, публикации [440] и [436];
- 3.6 **Coyote Optimization Algorithm**, публикации [413] и [414];
- 3.7 **Electromagnetic Field Optimization**, публикации [428] и [435];
- 3.8 **Simulated Annealing**, публикация [404];
- 3.9 **Ant Lion Optimizer**, публикация [442];
- 3.10 **Marine Predator Algorithm**, публикация [414].

Алгоритмите са избрани така, че да осигурят методологично разнообразие по отношение на структурата на популацията, механизмите за обмен на информация, баланса между изследване и оползотворяване, както и динамиката на сходимост. Тяхната реализация е адаптирана към специфичните характеристики на нелинейните динамични модели на култивационни процеси, включително силна свързаност между параметрите, неконвенционални целеви функции и изчислително интензивна оценка на приспособеността, основана на симулации.

Псевдокодовете на десетте метаевристични алгоритми са представени по-долу.

Algorithm 1 : Псевдокод на Genetic algorithm

```
1:  begin
2:  Define the input GA parameters and the parameters of the problem
3:  Set population size  $n$ , generation gap, crossover rate,
   mutation rate, and maximum generations  $MaxGen$ 
4:  Define GA operators: selection, crossover, mutation
5:  Set generation counter  $t = 0$ 
6:  Generate randomly the initial population of individuals  $P(t)$ 
7:  Calculate the fitness of all individuals in  $P(t)$ 
8:  while  $t < MaxGen$  do
9:     $t = t + 1$ 
10:   Select parents from  $P(t - 1)$  using selection operator to form  $P(t)$ 
11:   Apply crossover operator to recombine the genes of selected parents
12:   Apply mutation operator to perturb the population stochastically
13:   Evaluate the fitness of all new individuals in  $P(t)$ 
14: end while
15: Postprocess results and select the best solution
16: end begin
```

Algorithm 2 : Псевдокод на Firefly algorithm

```
1:  begin
2:  Define  $\gamma$  and  $\beta_0$ 
3:  Randomization parameter  $\alpha$ 
4:  Objective function  $f(x)$ , where  $x = (x_1, ..., x_d)^T$ 
5:  Generate initial population of fireflies  $x_i$  ( $i = 1, 2, ..., n$ )
6:  Determine light intensity  $I_i$  at  $x_i$  via  $f(x_i)$ 
7:  while ( $t < MaxGeneration$ ) do
8:    for  $i = 1: n$  all  $n$  fireflies do
9:      for  $j = 1: i$  all  $n$  fireflies do
10:       if ( $I_j > I_i$ ) then
11:         Move firefly  $i$  towards  $j$ 
12:       end if
13:       Attractiveness varies with distance  $r$  via  $\exp[-\gamma r^2]$ 
14:       Evaluate new solutions and update light intensity
15:     end for  $j$ 
16:   end for  $i$ 
17:   Rank the fireflies and find the current best
18: end while
19: Postprocess results and visualization
20: end begin
```

Algorithm 3 : Псевдокод на Cuckoo search

```
1: begin
2: Define Number of nests  $n$  and switching parameter  $p_a$ 
3: Objective function  $f(x)$ ,  $x = (x_1, ..., x_d)^T$ 
4: Generate initial population of  $n$  host nests  $x_i$  ( $i = 1, 2, ..., n$ )
5: while ( $t < \text{MaxGeneration}$ ) or (stop criterion) do
6: Get a cuckoo randomly by Levy flights
7: Evaluate its quality or fitness value  $f_i$ 
8: Choose a nest among  $n$  (say,  $j$ ) randomly
9: if ( $f_i < f_j$ )
10: Replace  $j$  by the new solution  $i$ 
11: end if
12: A fraction ( $p_a$ ) of worse nests are abandoned
13: New solutions (nests) are built
14: Keep the best solutions, i.e. nests with quality solutions
15: Rank the solutions and find the current best
16: end while
17: Postprocess results and visualization
18: end begin
```

Algorithm 4 : Псевдокод на Crow Search algorithm

```
1: begin
2: Define the input CSA and problem parameters
3: Set population size  $M$ ,  $AP$ ,  $fl$ ,
   and maximum iterations  $MaxIter$ 
4: Generate randomly the initial positions of crows  $crow_i$ 
5: Evaluate the fitness of each crow  $F(crow_i)$ 
6: Initialize the memory  $mem_i$  for each crow
7: Set iteration counter  $t = 1$ 
8: while  $t \leq MaxIter$  do
9: for  $i = 1$  to  $M$  do
10: Randomly select a crow to follow  $j$  (where  $j \neq i$ )
11: Generate a random number  $r_i$  in  $[0,1]$ 
12: if  $r_i \geq AP^{j,t}$  then
13: Update:  $crow_i^{t+1} = crow_i^t + r_i \times fl^{j,t} \times (mem_j^t - crow_i^t)$ 
14: else
15: Update:  $crow_i^{t+1} = \text{random position in the search space}$ 
16: end if
17: end for
18: Check the feasibility of new positions  $crow_i^{t+1}$ 
19: Evaluate the fitness of all new positions  $F(crow_i^{t+1})$ 
20: Update the memory of each crow with better positions
21:  $t = t + 1$ 
22: end while
23: Postprocess results and return the best solution found
24: end begin
```

Algorithm 5 : Псевдокод на Artificial bee colony optimization

```
1: begin
2:   Define  $NP$ ,  $SN$ ,  $limit$ ,  $D$ ,  $MCN$ 
3:   for  $i = 1$  to  $SN$  do
4:      $x_i \leftarrow$  generated random solution
5:      $f_i \leftarrow$  evaluate the solution  $f(x_i)$ 
6:      $trials_i \leftarrow 0$ 
7:   end for
8:   for  $iter = 1$  to  $MCN$  do
9:     (Employed bees phase) for  $i = 1$  to  $SN$  do
10:       $v_i \leftarrow$  a new food source generated
11:      if  $f(x_i) > f(v_i)$  then
12:         $x_i \leftarrow v_i$ ,  $f_i \leftarrow f(v_i)$ ,  $trials_i \leftarrow 0$ 
13:      else
14:         $trials_i \leftarrow trials_{i+1}$ 
15:      end if
16:    end for
17:    Calculate the probability values  $p_i$ 
18:    (Onlookers phase)  $t \leftarrow 1$ ,  $i \leftarrow 1$ ,
19:    while  $t < SN$  do
20:      Generate a random  $r \in (0; 1)$ 
21:      if  $r < p_i$  then
22:         $v_i \leftarrow$  a new food source generated
23:        if  $f(x_i) > f(v_i)$  then
24:           $x_i \leftarrow v_i$ ,  $f_i \leftarrow f(v_i)$ ,  $trials_i \leftarrow 0$ 
25:        else
26:           $trials_i \leftarrow trials_{i+1}$ 
27:        end if
28:       $t \leftarrow t + 1$ 
29:    end if
30:     $i \leftarrow (i + 1) \bmod SN$ 
31:  end for
32:  (Scout bee phase) Find the food source
33:  if  $\max(trials_i) \geq limit$  then
34:     $x_i \leftarrow$  a new randomly generated solution
35:     $trials_i \leftarrow 0$ , end if
36:  Memorize the best food source for now
37:  end for
38:  Postprocess results and visualization
39: end begin
```

Algorithm 6 : Псевдокод на Coyote optimization algorithm

```
1: begin
2:   Define  $N_p$  packs with  $N_c$  coyotes each
3:   Verify the coyote's adaptation
4:   while stopping criterion is not achieved do
5:     for each  $p$  pack do
6:       Define the alpha coyote of the pack
7:       Compute the social tendency of the pack
8:       for each  $c$  coyotes of the  $p$  pack do
9:         Update the social condition
```

```

10: Evaluate the new social condition
11: Adaptation
12: end for
13: Compute  $\omega$  and  $\phi$ 
14: if  $\phi = 1$  then
15: The pup survives and the only coyote in  $\omega$  dies
16: elseif  $\phi > 1$  then
17: The pup survives and the oldest coyote in  $\omega$  dies
18: else
19: The pup dies
20: end if
21: end for
22: Transition between packs
23: Update the coyotes' ages
24: end while
25: Select the best adapted coyote
26: Postprocess results and visualization
27: end begin

```

Algorithm 7 : Псевдокод на Electromagnetic field optimization

```

1: Initialisation of parameters
2: Begin
3: for  $i = 1$  to  $N_{emp}$  do
4:   for  $j = 1$  to  $N_{var}$  do
5:      $em_{pop}[i, j] = \min + \text{rand}(0, 1) * (Ub - Lb)$ 
6:      $new_{emp}[j] = em_{pop}[i, j]$ 
7:   end for
8:    $fit[i] = f(new_{emp})$ 
9: end for
10:  $sortPopulation(em_{pop}, fit)$ 
11: (main loop)
12:  $R_l = 1$ 
13: while (stop criterion is not met) do
14:    $force = chaotic\ map$ 
15:   for  $i = 1$  to  $N_{var}$  do
16:      $I_{pos} = \text{rand}(1, \text{floor}(N_{emp} * P_{field}))$ 
17:      $I_{neg} = \text{rand}(\text{floor}((1 - N_{field}) * N_{emp}), N_{emp})$ 
18:      $I_{neu} = \text{rand}(\text{ceil}(N_{emp} * P_{field}), \text{ceil}((1 - N_{field}) * N_{emp}))$ 
19:     if ( $\text{rand}(0, 1) < P_{srate}$ ) then
20:        $new_{emp}[i] = em_{pop}[I_{pos}, i]$ 
21:     else
22:        $new_{emp}[i] = em_{pop}[I_{neu}, i] + \varphi * force * (em_{pop}[I_{pos}, i] - em_{pop}[I_{neu}, i]) -$ 
23:          $em_{pop}[I_{neg}, i] - em_{pop}[I_{neu}, i])$ 
24:     end if
25:     if ( $new_{emp}[i] > Ub$  or  $new_{emp}[i] < Lb$ ) then
26:        $new_{emp}[i] = Lb * \text{rand}(0, 1) * (Ub - Lb)$ 
27:     end if
28:   end for

```

```

29:  if ( $\text{rand}(0, 1) < R_{\text{rate}}$ ) then
30:     $\text{new}_{\text{emp}}[R_I] = Lb * \text{rand}(0, 1) * (Ub - Lb)$ 
31:     $R_I = R_I + 1$ 
32:    if ( $R_I > N_{\text{var}}$ ) then
33:       $R_I = 1$ 
34:    end if
35:  end if
36:   $\text{New}_{\text{fit}} = f(\text{new}_{\text{emp}})$ 
37:  if ( $\text{New}_{\text{fit}} < \text{worst}(\text{fit})$ ) then
38:     $\text{insertInSortedPopulation}(\text{new}_{\text{emp}})$ 
39:  end if
40: end while
41: return  $\text{em}_{\text{pop}} [1, 1:N_{\text{var}}]$ 

```

Algorithm 8 : Псевдокод на Simulated annealing algorithm

```

1:  begin
2:    Generate randomly an initial solution  $S$ 
3:    Set initial temperature  $T = T_0$ 
4:    Set the cooling rate  $r$  (where  $0 < r < 1$ )
5:    Set the maximum number of iterations  $\text{max\_iter}$ 
6:     $j := 0$ 
7:    while  $j < \text{max\_iter}$ 
8:      Generate a neighboring solution  $S'$  from  $S$ 
9:      Calculate the difference in cost:  $\Delta = \text{cost}(S') - \text{cost}(S)$ 
10:     if  $\Delta < 0$  then
11:       Accept  $S'$  as the new current solution
12:     else
13:       Generate a random number  $p$  in  $[0, 1]$ 
14:       if  $p < e^{-\Delta/T}$  then
15:         Accept  $S'$  as the new current solution
16:       else
17:         Reject  $S'$  and keep the current solution  $S$ 
18:       end if
19:     end if
20:     Update temperature:  $T = r \times T$ 
21:      $j = j + 1$ 
22:   end while
23:   Return the best solution found
24: end begin

```

Algorithm 9 : Псевдокод на Ant lion optimizer

```

1:  begin
2:    Define the input ALO and problem parameters
3:    Generate the initial populations of ants and antlions
4:    Calculate the corresponding fitness estimations
5:    Find the best antlion and adopt it as the elite
6:    for  $j := 1$  to the size of initial population  $\text{Pop}_0$ 
7:      while the end criterion is not satisfied
8:        for each ant
9:          Select an antlion using the RWS
10:         Update the parameters of the random walk

```

```

11: Create a random walk and normalize it
12: Update the position of the ant
13: end for
14: Evaluate all ants
15: Replace an antlion with its corresponding ant
16: Update the elite if an antlion becomes fitter
17: end while
18: Memorize the best solution in  $Pop_0$ 
19: end for
20: Rank the solutions, find the current best, and memorize it
21: end begin

```

Algorithm 10 : Псевдокод на Marine predator algorithm

```

1: begin
2: Define the input MPA parameters
3: Generate randomly the initial population of prey  $X_i$ 
4: Calculate the fitness and identify the top predator
5: Construct the Elite matrix
6: Construct the Prey matrix with initial prey positions
7: while  $t < Max\_iterations$ 
8:   for each prey
9:     if  $t < \frac{1}{3}Max\_iterations$  (Phase 1)
10:      Update prey positions using Brownian motion
11:     else if  $\frac{1}{3}Max\_iterations < t < \frac{2}{3}Max\_iterations$  (Phase 2)
12:       if first half of population
13:         Update using Lévy flight (exploration)
14:       else
15:         Update using Brownian motion (exploitation)
16:       end if
17:     else (Phase 3)
18:       Update prey positions using Lévy flight
19:     end if
20:   Apply Fish Aggregating Devices effects and update positions
21:   Evaluate the fitness of all prey
22:   Update the Elite matrix if a better predator is found
23:   Apply memory saving to preserve previous positions
24:   end for
25: end while
26: Return the best solution (top predator)
27: end begin

```

Работоспособността на 10-те метаевристични алгоритъма е изследвана върху задачи за идентификация на модели и задачи за настройка на параметри на ПИД регулатори. Метаевристиките са приложени за моделиране на четири култивационни процеса.

Получените резултати са представени и анализирани в Глава 4.

Глава 4

Приложение на метаевристични алгоритми за задачи за оптимизация на параметри

Глава 4 изследва приложението на метаевристични алгоритми за идентифициране на параметри в нелинейни биопроцесни модели и настройка на ПИД регулатори. Анализирани са сравнително разнообразно множество от алгоритми: GA, SA, FA, ABC, CS, COA, CSA, MPA, EFO и ALO.

Изследване на параметри на алгоритмите, включващо 99 GA конфигурации, показва, че оптимален размер на популацията от 100 индивида осигурява баланс между скорост на сходимост и точност. Степените на мутация извън интервала $[0.028, 0.073]$ значително влошават производителността. GA демонстрира ясно превъзходство пред детерминистичния SQP по отношение на устойчивост. При моделирането на анаеробна биодеградация, MPA постигна най-висока точност. За TSAD процесите, FA превъзхожда GA, CS и COA по отношение на сходимост, въпреки че GA остава превъзходен в специфични подмодели на процеса, което потвърждава, че производителността зависи от конкретната задача.

Чрез систематична настройка, SA постигна точност, сравнима с GA, и използване на по-малко изчислителни ресурси, тъй като времето ѝ за изпълнение е по-малко чувствително към популационната динамика. Установи се, че производителността на ABC критично зависи от избора на вероятностна функция. Както конфигурациите с ниска, така и тези с висока размерност дадоха конкурентни резултати, когато размерът на популацията и итерациите бяха съответно мащабирани. EFO алгоритъмът беше подобрен с помощта на хаотични карти, като *Iterative* и *Tent* карти осигуряват най-стабилна ефективност. Анализ на 70 конфигурации на CSA идентифицира оптимална стойност на параметъра AP в интервала $[0.05, 0.15]$, като CSA и FA осигуряват най-надеждните оценки на параметрите. GA се показва като особено ефективен за настройка на параметрите на ПИД регулатори. В комбинация с EKF, той постигна високи концентрации на биомаса ($48.3 \text{ g} \cdot \text{L}^{-1}$) с минимална вариационност на управлението, което потвърждава неговата практическа приложимост.

Въпреки че метаевристичните са ефективни, всеки отделен алгоритъм е ограничен от своята специфична динамика на търсене: еволюционните методи превъзхождат в разнообразието, но са бавно сходящи, докато методи на движение на рояци предлагат оползотворяване с риск от преждевременна стагнация. Наблюдаваните допълващи се силни и слаби страни стават основа за систематичното разработване на хибридни подходи.

Обобщението, представено в Таблицы 4.40 и 4.41, свързва алгоритмичните правила за търсене с наблюдаваната ефективност на алгоритмите. Този структуриран анализ трансформира емпиричното сравнение във формален подход, предоставяйки теоретично обоснована основа за новите хибридни метаевристични подходи, представени в следващите глави.

Таблица 4.40: Обобщено сравнение на GA, SA, ABC, COA и FA и импликации за хибридизация

Алгоритъм	Търсещ механизъм	Контролни параметри	Силни страни	Слаби страни	Импlications за хибридизация
GA	$x_i^{t+1} = \mathcal{M}(C(x_p^t, x_q^t))$	p_c, p_m , размер на популацията, селекционен натиск	силна локална експлоатация; импlicit паралелизъм; запазване на разнообразието чрез мутация	слабо глобално изследване; преждевременна сходимост; чувствителност към параметри	изисква прецизиране на изследването, пелчи от подобряване на разнообразието (ABC, ALO, хаос)
SA	$x^{t+1} = \begin{cases} x', & \Delta f < 0 \\ x', & c e^{-\Delta f/T} \end{cases}$	начална температура, график на охлаждане, итерации	силна локална експлоатация; способност за излизане от локални минимума; теоретични гаранции за сходимост	бавна сходимост; липса на популационно разнообразие; силно чувствителен график на охлаждане	ефективен като компонент за локално търсене в хибридите
ABC	$v_{ij} = x_{ij} + \phi_{ij}(x_{ij} - x_{kij})$ $x_i^{t+1} = x_i^t + r_1 (x_{best}^t - x_i^t) + r_2 (x_{median}^t - x_i^t)$	размер на колонията, limit, съотношение employed / onlooker	висока изследователска способност; адаптивен съседско търсене; механизъм scout предотвратява стагнация	слаба експлоатация близо до оптимума; бавна сходимост във фазата на прецизиране	комбиниране с GA или локално търсене за подобряване на експлоатацията (ABC-GA, ALO-GA)
COA	$x_i^{t+1} = x_i^t + r_1 (x_{best}^t - x_i^t) + r_2 (x_{median}^t - x_i^t)$	брой глутници, койоти на глутница, r_1, r_2 , процент на раждане/смърт	балансирано изследване и експлоатация; силно запазване на разнообразието; устойчивост в мулти-modalни ландшафти; намалена преждевременна сходимост	по-бавна сходимост при фина експлоатация; по-висока изчислителна цена; чувствителност към структурата на глутницата; осцилаторно поведение близо до оптимума	комбиниране със силни експлоатационни механизми; полезен за подобряване на разнообразието; подходящ като етап на глобално изследване в хибридни рамки (COA-GA)
FA	$x_i^{t+1} = x_i^t + \beta e^{-\gamma f_{ij}} (x_j^t - x_i^t) + \alpha e$	α, β, γ	бърза сходимост; силна експлоатация; автоматично формиране на подгрупи; ефективен атракционен механизъм	загуба на разнообразие; риск от преждевременна сходимост; чувствителност към параметри	изисква подобряване на разнообразието (хаос, ABC) и стабилизиране

Таблица 4.41: Обобщено сравнение на CS, ALO, CSA, MPA и EFO метаевристични алгоритми и импликации за хибридизация

Алгоритъм	Търсещ механизъм	Контролни параметри	Силни страни	Слаби страни	Импlicationи за хибридизация
CS	$x_i^{t+1} = x_i^t + \alpha \otimes \text{Lévy}(\lambda)$	вероятност за откриване P_a , размер на стъпката α	ефективно глобално изследване; Lévy полетите позволяват дълги скокове; излизане от локални минимума	слаба локална експлоатация; прекомерна случайност; бавна сходимост близо до оптимума	комбиниране с GA или SA за прецизиране и експлоатация
ALO	$x_i^{t+1} = \frac{RV_{elit} + RV_{elite}}{2}$	размер на популацията, адаптивни граници	балансирано изследване и експлоатация; адаптивно свиване на търсещото пространство	бавна сходимост при фино търсене; стохастични осцилации близо до оптимума	хибридиране с GA за ускорена сходимост (ALO-GA)
CSA	$\begin{cases} x_i^{t+1} = \\ \{ x_i^t + f(m_j^t - x_i^t), \text{неосъзнат} \\ \text{случаен, в противен случай} \end{cases}$	дължина на полета f , вероятност за осъзнаване AP	силна експлоатация; търсене, основано на памет; способност за излизане от локални оптимума	висока случайност; нестабилна сходимост; чувствителност към параметри	нуждае се от структурирано изследване и стабилизиране (GA-CSA)
MPA	$x_i^{t+1} = x_i^t + S(\text{Elite} - x_i^t)$ (Brownian/Lévy фази)	фазово превключване, размер на стъпката	адаптивен баланс изследване-експлоатация; многофазово търсене; ефективен глобално-локален преход	сложна динамика; чувствителност към параметри; неустойчивост при фина настройка	комбиниране със структурирана експлоатация (GA, локално прецизиране)
EFO	$x_i^{t+1} = x_i^t + \lambda(x_{best} - x_i^t) + \epsilon$	сила на полето, коефициент на привличане/отблъскване	бърза сходимост; структурирано движение; силна експлоатационна способност	преждевременна сходимост; ограничено разнообразие; риск от попадане в локални оптимума	подобряване с хаос-основано разнообразие (SEFO) или популационни механизми за по-добро изследване

Сравнителният анализ, представен в Таблица 4.40 и Таблица 4.41, предлага систематична и механистично ориентирана характеристика на изследваните метаевристични алгоритми, която обединява техните математически формулировки за търсене, параметри и наблюдавани експлоатационни характеристики. Този анализ свързва силните и слабите страни на всеки алгоритъм с неговата основополагаща динамика на търсене. По този начин се разкрива как специфичните правила за актуализация, стохастичните оператори и механизмите за взаимодействие в популацията влияят върху способностите за глобално изследване (exploration) и локално оползотворяване (exploitation). Тази структурирана перспектива позволява идентифицирането на присъщи алгоритмични ограничения – като преждевременна сходимост, недостатъчно локално прецизиране – и установява теоретично обоснована основа за проектиране на хибридни метаевристични подходи. В този контекст обобщението служи не само като синтез на съществуващите методи, но и като концептуален мост към систематичното изграждане на хибридни алгоритми, при които допълващи се механизми за търсене се комбинират целенасочено за постигане на подобрена сходимост, устойчивост и мащабируемост.

Глава 5

Хибридни метаевристични алгоритми

В Глава 5 са описани пет разработени хибридни метаевристични алгоритми, а именно:

1. **Artificial Bee Colony – Genetic Algorithm Hybrid (ABC-GA)**
публикации [436] и [440];
2. **Genetic Algorithm – Crow Search Algorithm Hybrid (GA-CSA)**
публикация [438];
3. **Ant Lion Optimizer – Genetic Algorithm Hybrid (ALO-GA)**
публикация [442];
4. **Evolutionary Algorithm – Genetic Algorithm Hybrid (EA-GA)**
публикация [441];
5. **Chaotic Electromagnetic Field Optimization (CEFO)**
публикация [428].

Конструирането на тези хибриди се основава на принципно интегриране на алгоритмични механизми с допълващи се стохастични свойства. Целта е да се синтезират алгоритми с балансирано изследване и оползотворяване, запазване на разнообразието и стабилизиране на сходимостта в рамките на унифицирани популационно-основани архитектури. Всеки хибрид е формулиран чрез интегриране на оператори, контролиран обмен на информация и структурирано параметрично взаимодействие, осигуряващи запазване на благоприятните търсещи характеристики, като същевременно се смекчават или компенсират специфичните за алгоритъма ограничения.

Разработването на предложените хибриди се основава на формална интерпретация на популационно-основаните метаевристички като стохастични динамични системи,

управлявани от преходни оператори, действащи върху пространства с висока размерност. Чрез анализиране на вероятностните правила за движение, памет и топологиите на взаимодействие на съставящите алгоритми, се извеждат теоретично съгласувани хибридни оператори за модифициране на основната динамика на търсене. Получените хибридни алгоритми имат за цел да подобрят надеждността на глобалното търсене, да ускорят сходимостта към висококачествени решения и да повишат изчислителната ефективност при нелинейни, мулти-modalни и симулационни оптимизационни задачи.

5.1 Математически основи на предложените хибридни алгоритми

Разработените хибридни алгоритми се интерпретират като стохастични дискретни динамични системи, работещи в пространства с голяма размерност. Анализирани са техният структурен синтез, баланс между изследване и оползотворяване и поведение на сходимост.

5.1.1 Структурна схема на хибридизация

Нека глобалната оптимизационна задача е дефинирана в (2.27).

Предложените хибридни алгоритми имат за цел да конструират стохастичен процес $\{X_k\}_{k=0}^{\infty}$, чието разпределение се сближава с голяма вероятност към множеството от глобални минимизатори на $J(\theta)$. Популационно-основаните метаверистики са стохастични динамични системи. Представянето в пространството на състоянията е популация от N кандидат-решения:

$$X_k = \{x_k^{(1)}, x_k^{(2)}, \dots, x_k^{(N)}\} \subset \Omega, \quad (5.1)$$

където k е индекса на итерацията. Общо правило за обновяване на метаверистика може да бъде записано като:

$$x_{k+1}^{(i)} = \mathcal{F}\left(x_k^{(i)}, \mathcal{I}_k, \xi_k^{(i)}, \mathcal{P}_k\right), \quad (5.2)$$

където $\mathcal{I}_k$ представлява информация, извлечена от популацията, $\xi_k^{(i)}$ – стохастични пертурбации, а $\mathcal{P}_k$ – параметрите на метаверистичния алгоритъм.

Следователно, еволюцията на популацията може да бъде записана като:

$$X_{k+1} = \mathcal{T}(X_k, \Xi_k, \mathcal{P}_k), \quad (5.3)$$

където Ξ_k агрегира стохастичните променливи и $\{X_k\}$ дефинира хомогенна Марковска верига върху Ω^N . Изследването и оползотворяването са основните механизми за управление на дисперсията. Те могат да бъдат интерпретирани статистически чрез динамиката на популационното разпределение. Дефинираме средна стойност на популацията:

$$\bar{x}_k = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_k^{(i)}, \quad (5.4)$$

и ковариационната матрица:

$$\Sigma_k = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_k^{(i)} - \bar{x}_k)(x_k^{(i)} - \bar{x}_k)^T. \quad (5.5)$$

Изследването съответства на поддържане на достатъчно голямо $\text{tr}(\Sigma_k)$, докато оползотворяването съответства на свиване на Σ_k около обещаващи региони.

Хибридизацията е представена като композиция на оператори. Нека двата метабевристични оператора бъдат дефинирани като:

$$\mathcal{T}_1 : \Omega^N \rightarrow \Omega^N, \quad \mathcal{T}_2 : \Omega^N \rightarrow \Omega^N. \quad (5.6)$$

Предлага се последователна хибридизация:

$$X_{k+1} = \mathcal{T}_2(\mathcal{T}_1(X_k)). \quad (5.7)$$

Приемат се следните съображения за устойчивост и сходимост.

Интерпретация от тип Ляпунов: Нека $V_k = J_{\text{best},k}$. При елитарна селекция,

$$V_{k+1} \leq V_k, \quad (5.8)$$

което предполага монотонно ненарастващ най-добър фитнес.

Въпреки че пълната сходимост към глобалния оптимум не може да бъде детерминистично гарантирана за произволна неизпъкнала функция J , вероятностна сходимост може да бъде обсъдена при предположения за ергодичност.

Ергодичност и глобална сходимост по вероятност: Ако стохастичният пертурбационен механизъм гарантира, че всеки регион на Ω може да бъде посетен с ненулева вероятност, то индуцираната Марковска верига е неразложима. При неразложимост и аперодичност, алгоритъмът удовлетворява условия за слаба ергодичност, което предполага, че:

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \mathbb{P}(J_{\text{best},k} \leq J^* + \varepsilon) = 1 \quad (5.9)$$

за всяко $\varepsilon > 0$, при условие че итерациите са достатъчни.

Изчислителна сложност: Нека C_J е цената на една оценка на целевата функция и N размера на популацията. Обща изчислителна сложност на итерация:

$$C_{\text{iter}} = O(NC_J + NC_T), \quad (5.10)$$

където C_T е изчислителната цена на оператора.

5.1.2 Анализ на глобалната сходимост на хибридните метабевристики

Теоретична рамка

Нека $\mathcal{X} \subset \mathbb{R}^d$ бъде непразно и компактно множество. На практика $\mathcal{X}$ често е хиперправобъгълник $\prod_{i=1}^d [a_i, b_i]$ и ще използваме мярката на Лебег vol върху $\mathcal{X}$. Нека $J : \mathcal{X} \rightarrow \mathbb{R}$ бъде непрекъснатата, с глобален минимум $J^* = \min_{x \in \mathcal{X}} J(\theta)$. За всяко $\varepsilon > 0$, дефинираме отвореното множество $U_\varepsilon = \{x \in \mathcal{X} : J(\theta) < J^* + \varepsilon\}$. Разглеждаме популационно-основан стохастичен алгоритъм, генериращ популации $P_k = \{X_{k,1}, \dots, X_{k,N_k}\} \subseteq \mathcal{X}$. Нека $(\mathcal{X}, \mathcal{F}, \mathbb{P})$ бъде вероятностно пространство и нека $\mathcal{F}_k$ бъде σ -алгебрата, генерирана от всички случайни променливи до време t (историята на алгоритъма). Най-добрата стойност, намерена до време k , е

$$J_{\text{best},k} = \min_{0 \leq s \leq k} \min_{1 \leq j \leq N_s} J(X_{s,j}). \quad (5.11)$$

Definition 1 (Неизродено изследване с променяща се във времето интензивност). Алгоритъмът удовлетворява свойството **неизродено изследване**, ако съществуват

- вероятностна мярка ν върху $\mathcal{X}$ с пълен носител (т.е. $\nu(O) > 0$ за всяко непразно отворено множество $O \subseteq \mathcal{X}$), и
- детерминистична редица $(\rho_k)_{k \geq 0}$ с $0 \leq \rho_k \leq 1$,

такива че за всяко измеримо множество $A \subseteq \mathcal{X}$ и всяко $k \geq 0$, съществува точка Y_{k+1} , генерирана от алгоритъма на итерация $k+1$ (например най-добрият индивид на новата популация, мутирал индивид или произволно инициализирана точка), която удовлетворява

$$\mathbb{P}(Y_{k+1} \in A \mid \mathcal{F}_k) \geq \rho_k \nu(A) \quad \text{почти сигурно.}$$

Theorem 1 (Глобална сходимост по вероятност). При горната постановка, ако алгоритъмът удовлетворява свойството за неизродено изследване и допълнително

$$\sum_{k=0}^{\infty} \rho_k = \infty \quad (\text{условие за разходимост}), \quad (5.12)$$

то за всяко $\varepsilon > 0$,

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \mathbb{P}(J_{\text{best},k} \leq J^* + \varepsilon) = 1. \quad (5.13)$$

Тоест, алгоритъмът сходяща по вероятност към глобалния минимум.

Доказателство. Нека $\varepsilon > 0$. Тъй като ν има пълен носител и U_ε е отворено и непразно, имаме $\alpha := \nu(U_\varepsilon) > 0$.

Дефинираме събитието на неуспех $E_k = \{J_{\text{best},k} > J^* + \varepsilon\}$, т.е. никоя точка в U_ε не е била генерирана до време k . Събитието E_{k+1} настъпва само ако E_k настъпи и $Y_{k+1} \notin U_\varepsilon$. Използваме закона за пълната вероятност,

$$\mathbb{P}(E_{k+1} \mid \mathcal{F}_k) \leq \mathbf{1}_{E_k} \mathbb{P}(Y_{k+1} \notin U_\varepsilon \mid \mathcal{F}_k) \leq \mathbf{1}_{E_k} (1 - \rho_k \alpha) \quad \text{п.с.} \quad (5.14)$$

Вземаме очакване,

$$\mathbb{P}(E_{k+1}) = \mathbb{E}[\mathbb{P}(E_{k+1} \mid \mathcal{F}_k)] \leq (1 - \rho_k \alpha) \mathbb{P}(E_k) \quad (5.15)$$

нека приемем, че

$$\mathbb{P}(E_k) \leq \prod_{s=0}^{k-1} (1 - \rho_s \alpha) \leq \exp\left(-\alpha \sum_{s=0}^{k-1} \rho_s\right), \quad (5.16)$$

където използваме $1 - z \leq e^{-z}$.

Чрез индукционното предположение получаваме

$$\begin{aligned} \mathbb{P}(E_{k+1}) &\leq (1 - \rho_k \alpha) \mathbb{P}(E_k) \\ &\leq (1 - \rho_k \alpha) \prod_{s=0}^{k-1} (1 - \rho_s \alpha) = \prod_{s=0}^k (1 - \rho_s \alpha) \leq \exp\left(-\alpha \sum_{s=0}^k \rho_s\right). \end{aligned} \quad (5.17)$$

Тъй като $\sum_{s=0}^{\infty} \rho_s = \infty$, дясната страна клони към 0, когато $k \rightarrow \infty$.

Следователно $\mathbb{P}(E_k) \rightarrow 0$, т.е. $\mathbb{P}(J_{\text{best},k} \leq J^* + \varepsilon) \rightarrow 1$. □

Условието е изпълнено за всичките пет хибрида при стандартен избор на параметри, по-конкретно:

- **EA-GA**: равномерната мутация дава константно ρ_k ;
- **ALO-GA**: мутацията на GA осигурява необходимото изследване [332];
- **ABC-GA**: пчелите скаути генерират равномерно случайни точки [15];
- **GA-CSA**: случайните полети на гаргите дават равномерно обхождане [48];
- **CEFO**: вероятностния рестарт също удовлетворява условието.

Теоремата не дава скорост на сходимост; скоростта зависи от редицата ρ_k . За константно ρ , вероятността за неуспех намалява експоненциално с k ; за намаляващо ρ_k , скоростта е по-бавна.

5.2. ABC-GA хибрид

Хибридният алгоритъм, ABC-GA [440], е комбинация между ABC алгоритъма и GA. Целта е да се избегне бавната скорост на сходимост на ABC алгоритъма, недостатък, докладван в [189, 289, 477]. Псевдокодът на ABC-GA хибрида е представен като Algorithm 11.

Algorithm 11 : Псевдокод на хибрид ABC-GA

```

1:  begin
2:    Objective function  $f(x), x = (x_1, \dots, x_d)^T$ 
3:    Define the ABC parameters
4:    Define the GA parameters
5:    begin ABC
6:    Start
7:    Generate initial population of  $n$  food sources
      within the defined parameter bounds
8:    Objective function
9:    Evaluate the objective function of each food source
10:   Evaluate the fitness of each food source
11:   Employed bee phase
12:   For each employed bee generate new candidate solution
      using neighborhood search mechanism
13:   Apply bound constraints if necessary
14:   Apply greedy selection between old and new solution
15:   Onlooker bee phase
16:   Calculate probability values proportional to fitness
17:   Select food sources according to probability
18:   Generate new candidate solutions
19:   Apply greedy selection
20:   Scout phase
21:   Replace abandoned food sources with new random solutions
      within parameter bounds
22:   Test

```

```

23:   If termination criterion is satisfied, go to Step 24
      else move to Objective function step
Loop
24:   Rank the food sources and select the best  $n$  solutions
25: end begin ABC
26: begin GA
27:   Start
28:   Initial population of  $n$  chromosomes = Final best ABC  $n$  solutions
29:   Objective function
30:   Evaluate fitness of each chromosome
31:   Selection
32:   Select parent chromosomes according to fitness
33:   Crossover
34:   Perform crossover with predefined probability
35:   Mutation
36:   Mutate offspring with mutation probability
37:   Apply bound constraints if necessary
38:   Replacement
39:   Form new population (elitism may be applied)
40:   Test
41:   If termination criterion is satisfied return best solution
      else move to Objective function step in GA
42: end begin GA
43: Postprocess and visualize the results
44: end begin

```

5.3. GA-CSA хибрид

Въпреки че CSA е ефективен за определени конфигурации на параметричното пространство, неговата скорост на сходимост е силно чувствителна към разпределението на началните решения [48, 362]. Обратно, въпреки че GA превъзхожда в изследването на областите, той често страда от бавна сходимост [368, 510]. За смекчаване на тези недостатъци се предлага хибрид GA-CSA [438], при който GA се използва по време на фазата на инициализация на CSA. Псевдокодът на предложени хибриден алгоритъм GA-CSA е представен като Algorithm 12.

Algorithm 12 : Псевдокод на хибрид GA-CSA

```

1:   begin
2:   define the GA input parameters: GA operators,  $NInd$ ,  $MaxGen$ ,  $GGAP$ ,
       $p_c$ , and  $p_m$ 
3:   define the CSA input parameters:  $N$ ,  $MaxIter$ ,  $f_l$ ,  $AP$ 
4:   problem initialization: number of parameters  $d$ , parameters' bounds,
      objective function  $f(x)$ , process model, experimental data
5:   begin GA
6:   for  $i := 1$  to  $N$ 
7:     generate randomly  $NInd$  number of individuals
8:     evaluate the individuals in the population
9:     for  $j := 1$  to  $MaxGen$ 
10:      select individuals from the current generation
11:      perform crossover on the selected individuals with a probability  $p_c$ 
12:      perform mutation on each individual with a probability  $p_m$ 

```

```

13: place the offspring into the new population
14: evaluate the individuals in the new population
15: end for
16: rank the individuals in the population
17: store the best individual and its estimation
18: end for
19: end begin GA
20: begin CSA
21: initialize the memory of each crow
22: for  $iter := 1$  to  $MaxIter$ 
23:   for  $i := 1$  to  $N$  (all crows in the flock)
24:     choose randomly a crow to follow
25:     define an awareness probability  $r_i$ 
26:     if  $r_i \geq AP$ 
27:       change the current position of the  $crow_i$ 
28:     else
29:       generate a new random position of the  $crow_i$ 
30:     end if
31:   end for
32:   check if all new positions are feasible
33:   evaluate the new positions
34:   update the memory of each crow
35: end for
36: rank the position of the crows in the flock
37: store the best position
38: end begin CSA
39: Postprocess and visualize the results
40: end begin

```

5.4. ALO-GA хибрид

Според [567], съществува по-висока вероятност методът RWS да избере елитния индивид. Това може да доведе до попадане в локален оптимум. Предложена е хибридизация с GA [440], за да се избегне това ограничение на ALO алгоритъма. От друга страна, един недостатък на GA е, че сходимостта към оптимума може да изисква много изчислителни усилия, когато случайно генерираната начална популация е доста отдалечена от него. Псевдокодът на ALO-GA е представен по-долу (Algorithm 13).

Algorithm 13 : Псевдокод на хибрид ALO-GA

```

1: begin
2:   Define the input parameters for both ALO and GA
3:   Define the parameters of the problem under consideration
4:   begin ALO
5:     Generate randomly the initial populations of ants and antlions
6:     Calculate the corresponding fitness estimations
7:     Find the best antlion and adopt it as the elite (determined optimum)
8:     for  $j := 1$  to the size of initial population  $Pop_0$ 
9:       while the end criterion is not satisfied
10:        for each ant
11:          Select an antlion using the roulette wheel selection
12:          Update the parameters of the random walk

```

```

13: Create a random walk and normalize it
14: Update the position of the ant
15: end for
16: Evaluate all ants
17: Replace an antlion with its corresponding ant if it becomes fitter
18: Update the elite if an antlion becomes fitter
19: end while
20: Memorize the best solution for the current iteration in  $Pop_0$ 
21: end for
22: end begin ALO
23: begin GA
24: Set the initial population  $Pop_0$  to the set of best solutions generated
    by ALO
25: Calculate the value of the fitness function for each individual in  $Pop_0$ 
26: for  $j := 1$  to MaxGeneration
27: Select individuals  $Pop_i$  from the current population  $Pop_{i-1}$ 
    in a way that gives an advantage to better individuals
28: Perform crossover with probability  $p_c$ 
29: Perform mutation with probability  $p_m$ 
30: Calculate the value of the fitness function for each individual in  $Pop_i$ 
31: end for
32: end begin GA
33: Rank the solutions, find the current best, and memorize it
34: Postprocess and visualize the results
35: end begin

```

5.5. EA-GA хибрид

В рамките на хибрида EA-GA [441], еволюционният подход се изпълнява *pop_size* пъти, за да генерира началната популация на GA. Максималният брой итерации в рамките на EA, параметърът *max_iter*, е значително по-малък, отколкото в случаите, когато той би могъл да се прилага самостоятелно. В този процес генерираната начална популация е натрупала известни знания за проблема; следователно, GA също се нуждае от по-малко индивиди и по-малко поколения, за да подобри качеството на решението и да се сближи по близко до оптималното решение. Детайлната реализация на псевдокода на EA-GA хибрида е илюстрирана като Algorithm 14.

Algorithm 14 : Псевдокод на хибрид EA-GA

```

1: begin
2: Objective function  $f(x), x = (x_1, \dots, x_d)^T$ 
3: Define EA parameters:  $\sigma, max\_iter, pop\_size$ 
4: Define GA parameters:  $max\_gen, pc, pm$ , selection method
5: begin EA
6: Start
7: For  $i = 1$  to  $pop\_size$ 

```

```

8:   Generate initial candidate solution  $s_0$  within bounds
9:   Set  $best\_solution = s_0$ 
10:  Evaluate  $best\_estimate = f(best\_solution)$ 
11:  While no improvement over  $max\_iter$  iterations
12:    Generate random vector  $r$  with median 1 and SD  $\sigma$ 
13:    Compute  $new\_solution = best\_solution \circ r$ 
14:    Apply parameter bounds if necessary
15:    Evaluate  $new\_estimate = f(new\_solution)$ 
16:    If  $new\_estimate$  better than  $best\_estimate$ 
17:      Update  $best\_solution$  and  $best\_estimate$ 
18:    End If
19:  End While
20:  Store  $best\_solution$  in  $Pop_0$ 
21: End For
22: Rank individuals and select best  $n$  solutions
23: end begin EA
24: begin GA
25: Start
26: Initial GA population = Final EA population  $Pop_0$ 
27: For  $j = 1$  to  $max\_gen$ 
28:   Selection
29:   Select individuals according to fitness
30:   Crossover
31:   Apply crossover with probability  $pc$ 
32:   Mutation
33:   Apply mutation with probability  $pm$ 
34:   Apply parameter bounds if necessary
35:   Evaluate new population
36: End For
37: Rank individuals and select best solution
38: end begin GA
39: Postprocess and visualize the results
40: end begin

```

5.6. CEFO хибрид

Основните предимства от включването на хаотични карти в EFO могат да бъдат: (i) подобро начало изследване на пространство поради ергодичните свойства на хаотичните редици; (ii) подобрен баланс между изследване и оползотворяване чрез нелинейни променящи се във времето коефициенти на привличане-отблъскване; (iii) повишена способност за излизане от локални оптимуми поради детерминистични нередовни пертурбации; (iv) намаляване на стохастичната дисперсия при запазване на разнообразието. Псевдокодът на разработения CEFO алгоритъм е показан като Algorithm 15.

Algorithm 15 : Псевдокод на хибрид CEFO

```
1: begin
2: Objective function  $f(x), x = (x_1, \dots, x_d)^T$ 
3: Define EFO parameters
4: Select CM  $\Psi(z)$  and initial value  $z_0 \in (0, 1)$ 
5: Start
6: Generate chaotic sequence  $z_{k+1} = \Psi(z_k)$ 
7: Initialize population using chaotic mapping within bounds
8: Objective function
9: Evaluate objective function of each particle
10: Evaluate fitness of each particle
11: Rank population and divide into positive, neutral and negative fields
12: Electromagnetic update
13: Generate new chaotic value  $z_k$ 
14: Update attraction coefficient  $\alpha = z_k$ 
15: Update repulsion coefficient  $\beta = 1 - z_k$ 
16: For each particle compute new position using chaotic field equation
17: Apply parameter bounds if necessary
18: Replacement
19: Evaluate new solutions and update population
20: Test
21: If stopping criterion satisfied go to Step 22
    else move to Objective function step
22: Rank population and select best solution
23: Postprocess and visualize results
24: end begin
```

В Глава 5, въз основа на анализа на метаверистичните алгоритми и техните приложения (Глави 3 и 4), са предложени няколко хибридни метаверистични схеми чрез интегриране на избрани оператори, стратегии за управление на популацията и механизми за разнообразие от гореспоменатите алгоритми. Предложени са пет хибридни метаверистични алгоритъма, а именно ABC-GA, GA-CSA, ALO-GA, EA-GA и CEFO. Доказана е теорема за сходимост по вероятност за хибридни метаверистики, основана на условието за неизродено изследване. Чрез прилагането ѝ към пет различни хибрида се доказва, че условието е лесно за верификация и е изпълнено за стандартен избор на параметри на алгоритмите.

Производителността на разработените хибридни алгоритми е изследвана чрез тяхното приложение върху специфични еталонни функции и за задачи за идентификация на параметри на нелинейни модели и на параметри на ПИД регулатори. Получените резултати са представени и анализирани в Глава 6.

Глава 6

Приложение на хибридни метаевристични алгоритми за задачи за оптимизация на параметри

Глава 6 представя резултатите от приложението на предложените хибридни метаевристични алгоритми. Хибридните метаевристични алгоритми са приложени към задачите за идентифициране на параметри на модели и настройка на параметри на ПИД регулатори, както следва:

- **ABC-GA хибрид** приложен към процеса на полупериодично култивиране на *E. coli* MC4110, публикация [440],
- **GA-CSA хибрид** приложен към процеса на полупериодично култивиране на *E. coli* BL21(DE3)pPhyt109, публикация [438],
- **ALO-GA хибрид** приложен към процеса на полупериодично култивиране на *E. coli* MC4110, публикация [442],
- **EA-GA хибрид** приложен към процеса на полупериодично култивиране на *E. coli* MC4110, публикация [441],
- **CEFO алгоритъм** приложен към настройка на ПИД регулатор за управление на концентрацията на глюкоза в процеса на полупериодично култивиране на *E. coli* BL21(DE3)pPhyt109, публикация [428].

За да се тества производителността на разработените хибридни алгоритми, те са приложени към набор от различни еталонни оптимизационни задачи [239]. Освен това, производителността на хибридните алгоритми е сравнена с някои класически оптимизационни алгоритми и други популярни метаевристични алгоритми – самостоятелни и/или хибридни. Получените числени резултати са допълнително анализирани въз основа на статистически подходи [92, 128, 165, 463] и ICrA [61]. Всички метаевристични алгоритми са реализирани в среда *MATLAB* въз основа на представените в Глава 3 и Глава 4 блок-схеми и псевдокодове. Математическите модели, представени в Глава 2 са моделирани чрез Simulink реализация. Процедурите за идентифициране на параметри на модели са извършени с използване на реални експериментални данни от разглежданите примери (Глава 2). Поради стохастичния характер на алгоритмите, смислен статистически анализ изисква всяка метаевристика да бъде стартирана поне 30 пъти. Производителността на хибридните алгоритми е сравнена с производителността на самостоятелни и/или хибридни метаевристики въз основа на следните статистически тестове – параметричен тест ANOVA и непараметрични тестове Friedman, Wilcoxon, Paired t-test и Kruskal-Wallis тест. Тестовите са изпълнени в *MATLAB* с използване на функциите 'anova1', 'friedman', 'ranksum', 'ttest2' и 'kruskalwallis'.

Обобщение на адресираните слабости, механизъм-анализа, хибридният ефект и теоретичната обосновка на предложените хибридни метаевристични алгоритми е представено в Таблица 6.24.

Таблица 6.24: Обобщение на адресираните слабости, механизъм-анализа, хибриден ефект и теоретична обосновка на предложените хибридни метаевристични алгоритми.

Хибрид	Адресирана слабост	Механизъм-основана комплементарност	Хибриден ефект	Теоретична обосновка
EA-GA	GA: слабо изследване; преждевременна сходимость поради случайна инициализация	EA прецизиране: $x^{k+1} = x^k \odot r, r \sim \mathcal{N}(1, \sigma)$ Трансформира инициализацията: $P_0^{GA} \sim \mathcal{U}(\Omega) \rightarrow P_0^{EA-GA} \sim \mathcal{L}(\Omega^*)$	Генерира начална популация в обещаваща област; подобрява началното качество и сходимостта	Намалява вероятността за преждевременна сходимость; въвежда насочена инициализация; модифицира разпределението на решения в параметричното пространство
ABC-GA	ABC: силно изследване, слаба експлоатация; GA: експлоатацията зависи от разнообразието	ABC изследване: $v_{ij} = x_{ij} + \phi_{ij}(x_{ij} - x_{kj})$ GA рекомбинация: $x^{k+1} = \mathcal{M}(\mathcal{C}(x_p, x_q))$	ABC генерира разнообразни висококачествени решения $\rightarrow$ GA прецизиране	Свързва стохастично изследване със структурирана рекомбинация; подобрява разнообразието и скоростта на сходимость; подобрява баланса изследване-експлоатация

Хибрид	Адресирана слабост	Механизъм-основана комплементарност	Хибриден ефект	Теоретична обосновка
ALO-GA	ALO: бавна експлоатация; осцилации близо до оптимума	ALO случайни разходки: $x^{k+1} = \frac{RW_{mit} + RW_{elite}}{2}$ GA оператори	ALO извършва глобално изследване; GA е с ускорена сходимост	Двуетапно търсене: глобално изследване (ALO) + локална експлоатация (GA); намалява времето за сходимост и подобрява точността
	CSA: прекомерна случайност; нестабилна сходимост; GA: ограничена експлоатация	GA структурирани оператори експлоатация: $x_i^{k+1} = x_i^k + f_l(m_j^k - x_i^k)$	CSA подобрява изследването; GA е със стабилизирана сходимост	Преобразува чисто стохастичното търсене в насочен стохастичен процес; подобрява сходимостта и устойчивостта
CEFO	EFO: преждевременна сходимост; недостатъчно разнообразие	Хаотични карти: $w_{t+1} = f(w_t)$ EFO движение: $x_i^{k+1} = x_i^k + \lambda(x_{best}^k - x_i^k)$	Заменя случайните променливи с хаотични редици	Подобрява ергодичността и покритието на търсенето пространствено (по-добро изследване), потвърждава преждевременната сходимост, като същевременно запазва скоростта на сходимост

Резултатите получени от приложението на разработените хибридни алгоритми (ABC-GA, GA-CSA, ALO-GA, EA-GA и CEFO) и сравнението на тяхната производителност с други метаевристики и хибридни техники са обобщени както следва:

- **ABC-GA:** Интегрира изследването на ABC с експлоатацията на GA. Той превъзхожда съществуващите ACO и FA хибриди при оценката на параметри за *E. coli* MC4110. Производителността е чувствителна към размера на популацията, което предполага необходимост от адаптивна настройка за поддържане на разнообразието.
- **GA-CSA:** Използван за идентификация на *E. coli* BL21(DE3)pPhyt109, този хибрид значително превъзхожда самостоятелните GA, CSA и детерминистичния SQP. Той постига висока точност, като същевременно намалява изчислителните разходи с 8–10 пъти, въпреки че варибилността на параметрите предполага бъдещ фокус върху адаптивна дължина на полета и вероятност за осъзнаване.
- **ALO-GA:** Класиран на първо място сред 12 най-съвременни хибрида при тестване с еталонни функции. При моделирането на биопроцеси, той превъзхожда ABC-GA и ACO-FA, подобрявайки стойностите на целевата функция с 6.5%. Неговият успех насочва към потенциални синергии с метаевристичките Water Cycle Algorithm и Grey Wolf Optimizer.
- **EA-GA:** Използва структурирана еволюционна инициализация за насочване на GA към обещаващи региони. Той постига 5% по-добра точност от публикувани по-рано модели и достига оптимални решения само за 200 итерации (в сравнение с 1000 за други хибриди).
- **CEFO:** Интегрира EFO с хаотични карти, подобрявайки стойностите на целевата функция с до 30% в сравнение със стандартния EFO. При настройка на ПИД, той постига бързи времена на установяване (9 min) и стабилно управление, въпреки че структурните ограничения на ПИД предполагат бъдеща интеграция с робастни стратегии за управление.

Структурираната хибридизация последователно води до по-добра сходимост, точност и намалено изчислително време в сравнение със самостоятелните методи. Тези резултати потвърждават интегрирането на разнородни търсещи механизми като стабилна рамка за решаване на сложни, нелинейни оптимизационни задачи.

Глава 7

Заклучение и насоки за бъдеща работа

7.1. Заклучение

Дисертационният труд за получаване на научната степен “доктор на науките” представя изследване върху развитието, анализа и приложението на метаевристични и хибридни метаевристични оптимизационни алгоритми за решаване на сложни нелинейни задачи за идентифициране на параметри при моделиране и управление на биопроцеси. Обобщението на числените резултати и поведението на алгоритмите може да бъде представено като:

1. **Поведение на метаевристички.** Всички изследвани метаевристични алгоритми (GA, SA, FA, CS, ABC, CSA, COA, MPA, ALO и EFO) демонстрират способност за успешно решаване на задачите за идентифициране на параметри. Въпреки това, числените резултати ясно показват, че поведението на всеки алгоритъм силно зависи от структурата и сложността на оптимизационната задача.
2. **Наблюдавани ограничения на самостоятелните алгоритми.** Проведените експерименти разкриват няколко присъщи ограничения на отделните метаевристички: преждевременна сходимост (напр. GA, ALO), водеща до субоптимални решения; бавна скорост на сходимост (напр. COA, ABC); висока чувствителност към специфичните за алгоритъма параметри (GA, EFO); и недостатъчен баланс между механизмите на изследване и експлоатация (ABC, ALO).
3. **Хибридна конструкция и принципи на проектиране.** Разработването на хибридните метаевристични алгоритми се основава на систематична и теоретично обоснована рамка, имаща за цел да комбинира допълващи се търсещи механизми, за да преодолее ограниченията на самостоятелните подходи. Хибридните метаевристички са структурирани динамични системи, в които множество търсещи оператори взаимодействат, за да произведат подобро оптимизационно поведение. Предложените хибридни алгоритми са конструирани както следва:
 - EA-GA: еволюционно локално прецизиране и генетично глобално търсене;
 - ABC-GA: ABC диверсификация и GA прецизиране;
 - ALO-GA: интегриране на изследването на мраволова с GA оператори;
 - GA-CSA: комбинация на GA оператори със стохастично търсене на гарги;
 - CEFO: подобряване на електромагнитната полева оптимизация чрез хаотични карти.

Доказана е теорема за сходимост по вероятност за хибридни метаевристички, основана на условие за неизродено изследване. Чрез приложението ѝ към петте различни хибрида е показано, че условието е лесно за верификация и е изпълнено за стандартен избор на параметри на алгоритмите.

4. **Ефект от хибридизацията.** Въвеждането на хибридни метаевристични алгоритми води до подобрения в поведението и производителността. Числените

резултати демонстрират, че хибридните подходи (i) подобряват скоростта на сходимост; (ii) увеличават точността на решението; и (iii) подобряват устойчивостта на оптимизационния процес. Освен това, различните хибридни структури проявяват специфични предимства:

- EA-GA: подобрена способност за локално прецизиране;
- ABC-GA: подобрено запазване на разнообразието и оползотворяването;
- ALO-GA: балансиран компромис между изследване и оползотворяване;
- GA-CSA: засилена способност за глобално изследване;
- CEFO: увеличено разнообразие чрез включване на хаотична динамика.

5. Валидация в различни тестови среди

Ефективността на изследваните и предложените алгоритми е доказана чрез рамка за многостепенна оценка. Рамката включва еталонни тестови функции, които предоставят контролирани и възпроизводими условия за валидация. Практическата релевантност и приложимост се осигуряват от задачи от реалния свят. Значимостта и последователността на получените резултати се потвърждава чрез статистически анализ. Същностните зависимости между индикаторите за производителност и поведението на алгоритмите допълнително се анализират чрез ICRA.

7.2. Насоки за бъдеща работа

Резултатите в дисертационния труд са основа за бъдещи изследователски направления:

- (i) разработване на унифицирани модели на динамични системи за предоставяне на строга математическа характеристика на устойчивостта на хибридното търсене и запазването на разнообразието;
- (ii) проектиране на интелигентни рамки, способни динамично да регулират търсещите поведения и параметри въз основа на проблемния ландшафт;
- (iii) приложение на разработените хибриди към широкомащабни мрежи за моделиране и оптимизация на различни класове системи;
- (iv) адаптиране на рамката за хибридизация за решаване на многокритериални задачи чрез поддържане на широко популационно разнообразие и практическа релевантност.

7.3. Приноси на дисертационния труд

Основните приноси на дисертационния труд за получаване на научната степен “доктор на науките” могат да бъдат обобщени, както следва:

I. Научни приноси

1. Извършен е систематичен анализ на десет метаевристични алгоритма и са формулирани специфични насоки за хибридизация за адресиране и преодоляване на техни присъщи ограничения.
2. Формулирана е обобщена теоретична рамка за хибридизация на метаевристични алгоритми, основана на тяхното представяне като стохастични динамични системи.
3. Синтезирани са нови хибридни метаевристични алгоритми – EA-GA, ABC-GA, ALO-GA, GA-CSA и CEFO. Разработени са схеми за интеграция на компоненти и съответните алгоритмични структури за всеки от тях.
4. Доказана е теорема за глобална сходимост по вероятност на хибридните метаевристични алгоритми.
5. Предложен е обобщен сравнителен анализ на поведението и производителността на хибридните метаевристични алгоритми.

II. Научно-приложни приноси

6. Предложена е многостепенна рамка за оценка и сравнение на метаевристични алгоритми.
7. Метаевристичните алгоритми и техните хибриди са приложени към задачи за моделиране и управление на различни биопроцесни системи.

Представените приноси съответстват на съвременните постижения в областта на оптимизацията и метаевристиките и са оригинален принос в развитието на хибридните оптимизационни методи и тяхното приложение към сложни нелинейни системи.

7.4. Публикации по дисертационния труд

1. Публикации с IF

1. **Roeva, O.**, Chorukova, E., Kabaivanova, L., (2025). Advanced mathematical modeling of hydrogen and methane production in a two-stage anaerobic co-digestion system. *Mathematics*, 13(10), 1601 (ISSN 2227-7390).
[Q1 \(Web of Science\)](#), IF = 2.2 (2024), цитирания – 2 (Scopus)
2. **Roeva, O.**, Zoteva, D., Roeva, G., Ignatova, M., Lyubenova, V., (2024). An effective hybrid metaheuristic approach based on the genetic algorithm. *Mathematics*, 12(23), 3815 (ISSN 2227-7390).
[Q1 \(Web of Science\)](#), IF = 2.2 (2024), цитирания – 6 (Scopus)
3. **Roeva, O.**, Slavov, Ts., Kraleev, J. (2024). PID controller design for an *E. coli* fed-batch fermentation process system using chaotic electromagnetic field optimization, *Processes*, 12(9), 1795 (ISSN 2227-9717).
[Q3 \(Web of Science\)](#), IF = 2.8 (2024), цитирания – 0 (Scopus)
4. Lyubenova, V., Ignatova, M., Zoteva, D., **Roeva, O.** (2024). Model-based adaptive control of bioreactors – A brief review. *Mathematics*, 12(14), 2205 (ISSN 2227-7390).
[Q1 \(Web of Science\)](#), IF = 2.2 (2024), цитирания – 4 (Scopus)
5. **Roeva, O.**, Roeva, G., Chorukova, E. (2024). Crow search algorithm for modelling an anaerobic digestion process: Algorithm parameter influence. *Mathematics*, 12(15), 2317 (ISSN 2227-7390).
[Q1 \(Web of Science\)](#), IF = 2.2 (2024), цитирания – 0 (Scopus)
6. **Roeva, O.**, Zoteva, D. (2024). Model identification of *E. coli* cultivation process applying hybrid crow search algorithm. *Fermentation*, 10(1), 12 (ISSN 2311-5637).
[Q2 \(Web of Science\)](#), IF = 3.3 (2024), цитирания – 0 (Scopus)
7. **Roeva, O.**, Zoteva, D., Roeva, G., Lyubenova, V. (2023). An efficient hybrid of an ant lion optimizer and genetic algorithm for a model parameter identification problem. *Mathematics*, 11(6), 1292 (ISSN 2227-7390).
[Q1 \(Web of Science\)](#), IF = 2.3 (2023), цитирания – 11 (Scopus)
8. **Roeva, O.**, Chorukova, E. (2023). Metaheuristic algorithms to optimal parameters estimation of a model of two-stage anaerobic digestion of corn steep liquor. *Applied Sciences*, 13(1), 199 (ISSN 2076-3417).
[Q2 \(Web of Science\)](#), IF = 2.5 (2023), цитирания – 3 (Scopus)
9. Chorukova, E., Kabaivanova, L., Hubenov, V., Simeonov, I., **Roeva, O.** (2022). Mathematical model of a thermophilic anaerobic digestion for methane production of wheat straw. *Processes*, 10(4), 742 (ISSN 2227-9717).
[Q2 \(Web of Science\)](#), IF = 3.5 (2022), цитирания – 5 (Scopus)
10. **Roeva, O.**, Zoteva, D., Lyubenova, V. (2021). *Escherichia coli* cultivation process modelling using ABC-GA hybrid algorithm. *Processes*, 9(8), 1418 (ISSN 2227-9717).
[Q2 \(Web of Science\)](#), IF = 3.352 (2021), цитирания – 10 (Scopus)

II. Публикации с SJR

11. **Roeva, O.**, Zoteva, D., (2024). A comparison of chaotic electromagnetic field optimization algorithms. *International Journal Bioauto-mation*, 28(4), 245-265 (ISSN 1314-2321).
Q4 (Scopus), SJR = 0.149 (2024), цитирания – 2 (Scopus)
12. **Roeva, O.**, Zoteva, D., (2021). ICRA over ordered pairs applied to ABC optimization results. *Studies in Computational Intelligence*, Vol. 920, 135-148. (ISSN 1860-9503).
Q4 (Scopus), SJR = 0.237 (2021), цитирания – 1 (Scopus)
13. **Roeva, O.**, Vassilev, P., Ikononov, N., Angelova, M., Su, J., Pencheva, T. (2021). On different algorithms for InterCriteria relations calculation. *Studies in Computational Intelligence*, Vol. 757, 143-160, (ISSN 1860-9503).
Q4 (Scopus), SJR = 0.237 (2021), цитирания – 16 (Scopus)
14. Ikononov, N., Vassilev, P., **Roeva, O.**, (2018). ICRAData – Software for InterCriteria analysis. *International Journal Bioautomation*, Vol. 22(1), 1-10 (ISSN 1314-2321).
Q3 (Scopus), SJR = 0.267 (2018), цитирания – 55 (Scopus)
15. **Roeva, O.**, Vassilev, P. (2016). InterCriteria analysis of generation gap influence on genetic algorithms performance. *Advances in Intelligent Systems and Computing*, Vol. 401, 301-313. (ISSN 2194-5365).
Q3 (Scopus), SJR = 0.254 (2016), цитирания – 13 (Scopus)
16. **Roeva, O.**, Ikononov, N., Vassilev, P. (2019). Discovering knowledge from predominantly repetitive data by InterCriteria analysis. *Studies in Computational Intelligence*, Vol. 795, 213-233, (ISSN 1860-9503).
Q4 (Scopus), SJR = 0.183, цитирания – 2 (Scopus)

III. Други публикации

17. **Roeva, O.**, Fidanova, S., Paprzycki, M. (2013). Influence of the population size on the genetic algorithm performance in case of cultivation process modelling. In *Federated Conference on Computer Science and Information Systems*, 371-376 (ISBN 978-1-4673-4471-5). цитирания – 163 (Scopus)
18. **Roeva, O.**, (2013). A comparison of simulated annealing and genetic algorithm approaches for cultivation model identification. *Monte Carlo Methods and Applications*, Walter de Gruyter GmbH & Co. KG, 193-201 (ISBN 978-3-11-029347-0). цитирания – 3 (Scopus)
19. **Roeva, O.**, Trenkova, T., (2012). Genetic algorithms and firefly algorithms for non-linear bioprocess model parameters identification. In *International Conference on Evolutionary Computation Theory and Applications*, Vol. 2, 164-169 (ISBN 978-989-8565-33-4). цитирания – 1 (Scopus)
20. Slavov, T., **Roeva, O.**, (2011). Genetic algorithm tuning of PID controller in Smith predictor for glucose concentration control. *International Journal Bioautomation*, 15(2), 101-114 (ISSN 1314-2321). цитирания – 7 (Scopus)

Представените по дисертационния труд публикации са цитирани в **Scopus 304 пъти**, в това число **146** цитирания в списания с IF, **93** с SJR и **65** цитирания в други научни издания.

Библиография

- [15] Akay, B. and Karaboga, D. "A modified artificial bee colony algorithm for real-parameter optimization". In: *Information Sciences* 192 (2012), pp. 120–142.
- [23] Almufthi, S.M., Marqas, R.B., Asaad, R.R., and Shaban, A.A. "Cuckoo search algorithm: overview, modifications, and applications". In: *International Journal of Scientific World* 11.1 (2025), pp. 1–9.
- [48] Askarzadeh, A. "A novel metaheuristic method for solving constrained engineering optimization problems: Crow search algorithm". In: *Computers and Structures* 169 (2016), pp. 1–12.
- [61] Atanassov, K., Mavrov, D., and Atanassova, V. "Intercriteria decision making: A new approach for multicriteria decision making, based on index matrices and intuitionistic fuzzy sets". In: *Issues Intuitionistic Fuzzy Sets and Generalized Nets* 11 (2014), pp. 1–8.
- [73] Bastin, G. *On-line estimation and adaptive control of bioreactors*. Vol. 1. Elsevier, 2013.
- [92] Campbell, M.J. and Swinscow, T.D.V. *Statistics at Square One*. USA: Wiley-Blackwell: Hoboken, NJ, 2009.
- [102] Chakraborty, S. and Mali, K. "A balanced hybrid cuckoo search algorithm for microscopic image segmentation". In: *Soft Computing* 28.6 (2024), pp. 5097–5124.
- [107] Chopard, B. and Tomassini, M. "Performance and limitations of metaheuristics". In: *An Introduction to Metaheuristics for Optimization*, Natural Computing Series (2018), pp. 191–203.
- [108] Chorukova, E., Hubenov, V., Gocheva, Y., and Simeonov, I. "Two-phase anaerobic digestion of corn steep liquor in pilot scale biogas plant with automatic control system with simultaneous hydrogen and methane production". In: *Applied Sciences* 12 (2022), p. 6274.
- [122] Das, A., Rai, R., Sasmal, B., Dhal, K.G., Khurma, R.A., and Saha, R. "Metaheuristic algorithms since 2020: Development, taxonomy, analysis, and applications". In: *Archives of Computational Methods in Engineering* (2025), pp. 1–69.
- [128] Derrac, J., Garcia, C., Molina, D., and Herrera, F. "A practical tutorial on the use of nonparametric statistical tests as a methodology for comparing evolutionary and swarm intelligence algorithms". In: *Swarm and Evolutionary Computation* 1 (2011), pp. 3–18.
- [165] Fisher, R.A. *Statistical Methods and Scientific Inference*. New York, NY, USA: Hafner Publishing Co., 1959.
- [183] Gharsalli, L. "Hybrid genetic algorithms". In: *Optimisation Algorithms and Swarm Intelligence*. IntechOpen, 2022.
- [189] Goldberg, D.E. *Genetic Algorithms in Search, Optimization and Machine Learning*. UK: Addison Wesley Longman: London, 2006.
- [239] Jamil, M. and Yang, X.S. "A literature survey of benchmark functions for global optimisation problems". In: *International Journal of Mathematical Modelling and Numerical Optimisation* 4.2 (2013), pp. 150–194.
- [289] Lian, L., Fu, Z., Yang, G., and Huang, Y. "Hybrid artificial bee colony algorithm with differential evolution and free search for numerical function optimization". In: *International Journal on Artificial Intelligence Tools* 25 (2016), p. 1650020.
- [332] Mirjalili, S. "The ant lion optimizer". In: *Advances in Engineering Software* 83 (2015), pp. 80–98.
- [348] Nalluri, M.R., Kannan, K., Gao, X.Z., and Roy, D.S. "Multiobjective hybrid monarch butterfly optimization for imbalanced disease classification problem". In: *International Journal of Machine Learning and Cybernetics* 11 (2020), pp. 1423–1451.
- [358] Nithya, B. and Jeyachidra, J. "Hybrid ABC-BAT optimization algorithm for localization in HWSN". In: *Microprocessors and Microsystems* (2021), p. 104024.

- [362] Oliva, D., Hinojosa, S., Cuevas, E., Pajares, G., Avalos, O., and Galvez, J. "Cross entropy based thresholding for magnetic resonance brain images using Crow Search Algorithm". In: Expert Systems with Applications 79 (2017), pp. 164–180.
- [368] Pandey, H.M. "3 – State of the art: Genetic algorithms and premature convergence". In: State of the Art on Grammatical Inference Using Evolutionary Method, Academic Press: Cambridge, MA, USA (2022), pp. 35–124.
- [404] Roeva, O. "A comparison of simulated annealing and genetic algorithm approaches for cultivation model identification". In: Monte Carlo Methods and Applications, Walter de Gruyter GmbH & Co. KG, Genthiner Strasse 13 (2013), pp. 193–201.
- [410] Roeva, O. "Parameter estimation of a monod-type model based on genetic algorithms and sensitivity analysis". In: International Conference on Large-Scale Scientific Computing, Springer, 2007, pp. 601–608.
- [413] Roeva, O. and Chorukova, E. "Metaheuristic algorithms to optimal parameters estimation of a model of two-stage anaerobic digestion of corn steep liquor". In: Applied Sciences 13.1 (2023), p. 199.
- [414] Roeva, O., Chorukova, E., and Kabaivanova, L. "Advanced mathematical modeling of hydrogen and methane production in a two-stage anaerobic co-digestion system". In: Mathematics 13.10 (2025), p. 1601.
- [418] Roeva, O., Fidanova, S., and Paprzycki, M. "Influence of the population size on the genetic algorithm performance in case of cultivation process modelling". In: Proceedings of the IEEE Federated Conference on Computer Science and Information Systems (FedCSIS) - WCO 2013 (2013), pp. 371–376.
- [420] Roeva, O., Ikonov, N., and Vassilev, P. "Discovering knowledge from predominantly repetitive data by InterCriteria analysis". In: Recent Advances in Computational Optimization: Results of the Workshop on Computational Optimization WCO 2017, Springer, 2019, pp. 213–233.
- [423] Roeva, O., Pencheva, T., Tzonkov, S., Arndt, M., Hitzmann, B., Kleist, S., Miksch, G., Friehs, K., and Flaschel, E. "Multiple model approach to modelling of *Escherichia coli* fed-batch cultivation extracellular production of bacterial phytase". In: Electronic Journal of Biotechnology 10 (2007), pp. 592–603.
- [424] Roeva, O., Roeva, G., and Chorukova, E. "Crow search algorithm for modelling an anaerobic digestion process: Algorithm parameter influence". In: Mathematics 12.15 (2024), p. 2317.
- [428] Roeva, O., Slavov, T., and Králev, J. "PID controller design for an *E. coli* fed-batch fermentation process system using chaotic electromagnetic field optimization". In: Processes 12.9 (2024), p. 1795.
- [430] Roeva, O. and Trenkova, T. "Genetic algorithms and firefly algorithms for non-linear bioprocess model parameters identification". In: International Conference on Evolutionary Computation Theory and Applications. Vol. 2. 2012, pp. 164–169.
- [433] Roeva, O. and Vassilev, P. "InterCriteria analysis of generation gap influence on genetic algorithms performance". In: Novel Developments in Uncertainty Representation and Processing: Advances in Intuitionistic Fuzzy Sets and Generalized Nets – Proceedings of 14th International Conference on Intuitionistic Fuzzy Sets and Generalized Nets, Springer, 2016, pp. 301–313.
- [434] Roeva, O., Vassilev, P., Ikonov, N., Angelova, M., Su, J., and Pencheva, T. "On different algorithms for intercriteria relations calculation". In: Intuitionistic Fuzziness and Other Intelligent Theories and Their Applications, Studies in Computational Intelligence, Vol. 757, Springer, 2019, pp. 143–160.
- [435] Roeva, O. and Zoteva, D. "A Comparison of chaotic electromagnetic field optimization algorithms". In: International Journal Bioautomation 28.4 (2024), p. 245.
- [436] Roeva, O. and Zoteva, D. "ICrA over ordered pairs applied to ABC optimization results". In: Recent Advances in Computational Optimization. WCO 2019. Studies in Computational Intelligence, Vol. 920, Springer, 2021, pp. 135–148.

- [438] Roeva, O. and Zoteva, D. “Model identification of *E.a coli* cultivation process applying hybrid crow search algorithm”. In: Fermentation 10.1 (2024), p. 12.
- [440] Roeva, O., Zoteva, D., and Lyubenova, V. “*Escherichia coli* cultivation process modelling using ABC-GA hybrid algorithm”. In: Processes 9 (2021), p. 1418.
- [441] Roeva, O., Zoteva, D., Roeva, G., Ignatova, M., and Lyubenova, V. “An effective hybrid metaheuristic approach based on the genetic algorithm”. In: Mathematics 12.23 (2024), p. 3815.
- [442] Roeva, O., Zoteva, D., Roeva, G., and Lyubenova, V. “An efficient hybrid of an ant lion optimizer and genetic algorithm for a model parameter identification problem”. In: Mathematics 11.6 (2023), p. 1292.
- [454] Shaban, A.A., Almufti, S.M., Asaad, R.R., and Ali, R.I. “Metaheuristic algorithms for complex optimization: A critical review of foundations, hybrid strategies, and surrogate modeling”. In: International Journal of Information Technology and Computer Engineering 5.2 (2025).
- [463] Sheskin, D.J. Handbook of Parametric and Nonparametric Statistical Procedures. USA: Chapman & Hall/CRC: Boca Raton, FL, 2006.
- [470] Slavov, T. and Roeva, O. “Genetic algorithm tuning of PID controller in Smith predictor for glucose concentration control”. In: International Journal Bioautomation 15 (2011), pp. 101–114.
- [477] Storn, P. and Price, K. “Differential evolution – A simple and efficient heuristic for global optimization over continuous spaces”. In: Journal of Global Optimization 23 (2010), pp. 689–694.
- [492] Tangherloni, A., Spolaor, S., Cazzaniga, P., Besozzi, D., Rundo, L., Mauri, G., and Nobile, M.S. “Biochemical parameter estimation vs. benchmark functions: A comparative study of optimization performance and representation design”. In: Applied Soft Computing 81 (2019), p. 105494.
- [497] Tong, M., Peng, Z., and Wang, Q. “A hybrid artificial bee colony algorithm with high robustness for the multiple traveling salesman problem with multiple depots”. In: Expert Systems with Applications 260 (2025), p. 125446.
- [510] Velasco, L., Guerrero, H., and Hospitaler, A. “Can the global optimum of a combinatorial optimization problem be reliably estimated through extreme value theory?” In: Swarm and Evolutionary Computation 75 (2022), p. 10117.
- [535] Wu, R., Luo, E., Li, X., Tang, H., and Li, Y. “Hybrid artificial bee colony algorithm with Qlearning for distributed heterogeneous flexible job shop scheduling problem considering machine preventive maintenance”. In: Swarm and Evolutionary Computation 98 (2025), p. 102134.
- [543] Yajid, M.S.A., Bhosle, N., Sudhamsu, G., Khatibi, A., Sharma, S., Jeet, R., Sivaranjani, R., Bhowmik, A., and Santhosh, A.J. “Hybrid big bang-big crunch with cuckoo search for feature selection in credit card fraud detection”. In: Scientific Reports 15.1 (2025), p. 23925.
- [567] Zhang, H., Gao, Z., Zhang, J., Liu, J., Nie, Z., and Zhang, J. “Hybridizing extended ant lion optimizer with sine cosine algorithm approach for abrupt motion tracking.” In: EURASIP Journal on Image and Video Processing 2020 (2020), pp. 1–18.